Note 100 : Le raisonnement linéaire causal

Très symptomatique du raisonnement linéaire causal, un énoncé aussi explicite n'est pas souvent rencontré, contrairement aux traces calculatoires de cette vison de la situation. Voir FAUCONNET S. (1981) *Etude de résolution de problèmes : quelques problèmes de même structure en physique*, Thèse de troisième cycle, Université Paris 7, p 112.

La thèse de S. FAUCONNET est jointe ci-après.

Résumé

Parmi les activités proposées aux élèves dans le cadre d'un enseignement, la résolution d'exercices occupe une place primordiale : elle permet d'une part un entraînement à l'utilisation de notions nouvellement acquises, d'autre part, elle joue un grand rôle dans l'évaluation des élèves. Cependant cette évaluation ne se fonde bien souvent que sur les résultats et reste approximative dans la mesure où elle ne tient pas compte des processus sous-jacents de résolution. Toute une partie de ce que fait l'élève lorsqu'il résout un exercice reste étranger à l'enseignant et nombreux sont les cas où ce dernier projette ses propres idées sur ce que fait réellement l'élève.

On peut envisager différents aspects de ce que fait un sujet en cours de résolution : lecture et interprétation de l'énoncé, recherche d'actions ou d'opérations permettant de modifier les informations acquises sur la situation, calculatoire, contrôle des résultats ou d'auto-évaluation. Dans un problème de physique, les opérateurs sont en général implicites et multiples et une des difficultés majeures de la résolution est de dégager les opérateurs qui sont à la fois corrects et pertinents. Dans ce dernier cas, le rappel des connaissances joue donc un rôle fondamental et ce qui entre en jeu dans la résolution n'est pas seulement la quantité de connaissances mémorisées mais aussi leur disponibilité.

Nous avons orienté notre travail vers l'étude du mécanisme de rappel de relations : qu'y a-t-il de sous-jacent aux relations rappelées ? Existe-t-il des règles générales de rappel au sens où on pourrait définir à quelles conditions telle relation sera rappelée par le sujet plutôt que telle autre ? Quel est, dans ce mécanisme de rappel, la part de contraintes liées à la structure de la tache, au contenu physique, aux représentations qui en sont faites, à l'existence de "modèles naturels" ? Nous avons cherché aussi à savoir les liens qui peuvent exister entre ce mécanisme de rappel et les contraintes du formalisme mathématique. Ces préoccupations nous ont amenés à ne considérer qu'une catégorie de problèmes : des problèmes ayant la même structure, au sens où d'une solution à l'autre les relations entre les grandeurs physiques intervenant sont les mêmes, mais dont chaque énoncé se situe dans des contextes physiques différents. Nous avons cherché enfin à interpréter un certain nombre d'erreurs dans la résolution comme liées à ce mécanisme de rappel qui peut entraîner une mauvaise utilisation des connaissances en principe disponibles. Nous avons cherché aussi à déduire de l'existence de ce mécanisme et de ses propriétés quelques conséquences pédagogiques : en quoi ce mécanisme impose-t-il des contraintes dans la façon d'atteindre tel ou tel objectif d'enseignement ?

UNIVERSITE PARIS VII

ETUDE DE RESOLUTION DE PROBLEME :
QUELQUES PROBLEMES DE MEME STRUCTURE
EN PHYSIQUE

THESE PRESENTEE

par

Serge FAUCONNET

pour obtenir le titre de Docteur 3ème Cycle

Spécialité : Didactique des Sciences Physiques

Soutenue le 29 Juin 1981 devant la Commission d'Examen :

M. G. DELACOTE, Président - M. M. MEALLET Examinateur

M. G. VERGNAUD "

Mme L. VIENNOT "

Mme A. WEIL-BARAIS "

Directeur de Thèse : L. VIENNOT

LABORATOIRE DE DIDACTIQUE DE LA PHYSIQUE DANS L'ENSEIGNEMENT
SUPERIEUR - UNIVERSITE PARIS VII.

AVANT PROPOS

Ce travail est né d'une collaboration fructueuse avec L. VIENNOT et E. SALTIEL ; qu'il me soit permis de leur exprimer toute ma gratitude pour m'avoir accueilli dans leur équipe et fait partager leurs perspectives de recherche ; leur soutien ne m'a jamais fait défaut.
L. VIENNOT m'a guidé dans mes recherches et m'a aidé à élaborer peu à peu les objectifs et les méthodes de travail adaptées ; les nombreuses discussions que nous avons eues furent autant d'encouragements à poursuivre la tâche.

Je remercie G. DELACOTE pour avoir contribué à ma formation sur le plan didactique et pour ses conseils judicieux ainsi que F. BRESSON pour avoir encouragé mes débuts.

Mes remerciements s'adressent également à M. MEALLET, G. VERGNAUD et A. WEIL-BARAIS qui ont bien voulu s'intéresser à cette recherche et accepter de juger ce travail. En critiquant les ébauches de cette thèse, ils m'ont donné l'occasion de bénéficier de leurs conseils.
E. SALTIEL qui a bien voulu intervenir dans la rédaction m'a aussi apporté une aide très appréciée.

Je dois une reconnaissance toute spéciale à F. ANFOSSO qui a bien voulu collaborer à notre expérimentation didactique, ainsi qu'aux enseignants qui ont accepté d'associer leurs élèves aux différentes expériences : R. BICHARD, N. CALMET, J.L. CLOSSET, F. DUJARDIN, R. GOIX, Y. KAMINSKY, F. ROUAN, C. ROYET.

Que soient de même remerciés tous les élèves qui nous ont gentiment prêtés leur concours.

Je remercie enfin S. GIRARD qui a assuré la frappe du texte avec rapidité, compétence et gentillesse.

TABLE DES MATIERES

PRESENTATION

I. PROBLEMATIQUE GENERALE

Parmi les activités proposées aux élèves dans le cadre d'un enseignement, la résolution d'exercices occupe une place primordiale : elle permet d'une part un entraînement à l'utilisation de notions nouvellement acquises, d'autre part elle joue un grand rôle dans l'évaluation des élèves.

Cependant cette évaluation ne se fonde bien souvent que sur les résultats et reste approximative dans la mesure où elle ne tient pas compte des processus sous-jacents de résolution. Toute une partie de ce que fait l'élève lorsqu'il résoud un exercice reste étranger à l'enseignant et nombreux sont les cas où ce dernier projette ses propres idées sur ce que fait réellement l'élève. Une telle pratique amène bien des surprises :

. l'enseignant ne comprend pas pourquoi un élève ayant réussi un exercice aboutit à un échec complet après quelques modifications a priori non pertinentes de l'énoncé. Certaines notions apparemment comprises dans un contexte précis ne le sont plus du tout dans un contexte différent, ce qui soulève le problème du transfert des connaissances acquises, c'est-à-dire de leur généralisation à des contextes autres que celui d'acquisition ;

. l'enseignant s'étonne de la persistance d'un certain nombre d'erreurs malgré des mises en garde répétées, ce qui pose le problème de la nature de certains blocages.

Devant de telles surprises, deux solutions se présentent pour l'enseignant. L'une, qui relève d'une perspective associationniste, consiste à penser en terme d'insuffisance du processus de conditionnement pour conclure à la nécessité de multiplier le nombre d'exercices et de situations envisagées. L'autre consiste à accorder plus d'importance à ce qui se passe dans la tête de l'élève et à envisager l'existence de certaines contraintes internes qui font dépendre les solutions d'autres choses que de l'énoncé ; cette attitude relève d'une perspective cognitive et conduit à l'hypothèse qu'une meilleure compréhension des structures et mécanismes cognitifs (organisation des connaissances en mémoire, élaboration de l'information à partir de la lecture d'un énoncé, stratégies utilisées) devrait permettre une évaluation plus juste des capacités réelles des élèves ainsi qu'une explication des difficultés de certains transferts et de la persistance de certaines erreurs.

On peut envisager différents aspects de ce que fait un sujet en cours de résolution : il y a l'aspect lecture et interprétation de l'énoncé où le sujet se fait une idée de la situation proposée et de ce qui est demandé, il y a l'aspect recherche d'actions ou d'opérations permettant de modifier les informations acquises sur la situation, il y a l'aspect calculatoire correspondant à l'application des opérateurs précédents, il peut aussi y avoir un aspect de contrôle des résultats ou d'auto-évaluation. Nous noterons qu'en fonction des problèmes et encore plus des domaines, les différents aspects précédents peuvent devenir plus ou moins importants ; dans les problèmes de déplacement du genre "problèmes de traversée de chèvres et de choux", les opérateurs sont explicitement définis dans l'énoncé et le problème est centré sur l'aspect recherche de stratégie. Dans un problème de physique, les opérateurs sont en général implicites et multiples, et une des difficultés majeures de la résolution est de dégager les opérateurs qui sont à la fois corrects et pertinents. Dans ce dernier cas, le rappel des connaissances joue donc un rôle fondamental et ce qui entre en jeu dans la résolution n'est pas seulement la quantité de connaissances mémorisées mais aussi leur disponibilité. Il apparaît assez souvent que les connaissances utilisées par l'élève ne sont qu'une partie de celles dont il disposait mais qu'il n'a pas "réussi" à rappeler - on connaît le cas de l'élève qui, à la correction, s'exclame "c'était simple, mais je n'y avais pas pensé", ou bien de celui qui est persuadé avoir compris le corrigé mais qui est incapable de refaire l'exercice -.

Nous avons orienté notre travail vers l'étude du mécanisme de rappel de relations : qu'y a-t-il de sous-jacent aux relations rappelées ? existe-t-il des règles générales de rappel au sens où on pourrait définir à quelles conditions telle relation sera rappelée par le sujet plutôt que telle autre ? quel est, dans ce mécanisme de rappel, la part de contraintes liées à la structure de la tâche, au contenu physique, aux représentations qui en sont faites, à l'existence de "modèles naturels" ? Nous chercherons aussi à savoir les liens qui peuvent exister entre ce mécanisme de rappel et les contraintes du formalisme mathématique. En anticipant sur la partie méthodologique, disons que ces préoccupations nous ont amenés à ne considérer qu'une catégorie particulière de problèmes : des problèmes ayant la même structure, au sens où d'une solution à l'autre les relations entre les grandeurs physiques intervenant sont les mêmes, mais dont chaque énoncé se situe dans des contextes physiques différents. Une méthode similaire a déjà été utilisée en résolution de problème par Simon et Hayes en ce qui concerne des problèmes "isomorphes" à la Tour de Hanoï (Simon et Hayes 1976).

Nous chercherons enfin à interpréter un certain nombre d'erreurs dans la résolution comme liées à ce mécanisme de rappel qui peut entraîner une mauvaise utilisation des connaissances en principe disponibles. Nous chercherons aussi à déduire de l'existence de ce mécanisme et de ses propriétés quelques conséquences pédagogiques : en quoi ce mécanisme impose-t-il des contraintes dans la façon d'atteindre tel ou tel objectif d'enseignement ?

II. QUELQUES APPROCHES UTILISEES DANS L'ETUDE DE RESOLUTION DE PROBLEME SOUS L'ANGLE COGNITIF

Avant de préciser les objectifs que nous voulons atteindre, ainsi que notre méthode, nous allons commencer par dégager quelques aspects caractéristiques de travaux actuels sur la résolution de problème. Il ne s'agit pas de faire une revue exhaustive mais de chercher à situer notre travail par rapport à quelques grandes tendances.

Une description cognitive d'une résolution de problème consiste à "expliquer" la solution fournie par un élève en fonction de processus de résolution mettant en jeu ses connaissances. Cette explication nous conduit à répondre à deux questions :

. Quelles ont été les connaissances rappelées au cours de la solution et quelle est leur organisation en mémoire ?

. Comment ces connaissances ont-elles été mises en oeuvre dans la solution, en particulier comment sont-elles rappelées et quel rôle vont-elles jouer ?

La première question concerne donc la description des connaissances et par conséquent la structure même de la mémoire : il s'agit de chercher une représentation des connaissances sous forme de constituants et de relations entre ces constituants. On voit ainsi que cette question peut déborder le cadre de la résolution de problème au sens strict ; mais la représentation des connaissances utilisées dans les études de résolution de problème doit être cohérente avec des représentations obtenues à partir d'autres études.

La deuxième question concerne l'aspect processus de la résolution, c'est-à-dire la façon dont les connaissances interviennent pour dégager l'information présente dans un énoncé et pour transformer cette information.

Suivant que l'on privilégie l'une ou l'autre des questions, on obtient deux approches des activités cognitives :

1) Une approche qui ne s'intéresse pas ou peu au détail du traitement et qui privilégie la structure des connaissances, dans l'idée d'introduire des contraintes, liées à cette structure, en ce qui concerne les activités cognitives. On pourrait classer dans cette catégorie les travaux de Piaget (ceux sur la conservation par exemple) : l'organisation des connaissances dépend du niveau logique atteint par le sujet (groupe d'opérations, groupe I.N.R.C.), l'apparition de certaines opérations logiques se retraduisant par une brusque restructuration des connaissances antérieures (ainsi l'apparition de la réversibilité et l'organisation des opérations en groupe se retraduit par la mise en place d'une conservation apparaissant soudain comme "allant de soi", Piaget 1941). On pourrait aussi classer dans cette catégorie certains travaux sur la mémoire sémantique où les connaissances sont représentées sous forme de réseaux associatifs (Human Associative Memory, Anderson et Bower 1973), ces réseaux pouvant être aussi hiérarchisés (Collins et Quilliam 1969, 1972). Comme nous le disions ces modèles de représentations n'ont pas été construits pour étudier la résolution de problème au sens strict ; nous voudrions cependant faire remarquer les limites d'une telle approche : en privilégiant les opérations liées à la structure des connaissances en mémoire, elle ne rend pas compte des éléments qui déterminent le rappel des connaissances (en particulier la formulation de l'énoncé du problème), ni de la procédure de résolution utilisée réellement par le sujet ; elle tend aussi à faire attribuer à chaque concept un ensemble de propriétés quasiment indépendantes de la situation et qui laisse sans explication des changements de propriétés en fonction du traitement.

2) L'autre approche tend à privilégier le traitement aux dépens de la représentation des connaissances en mémoire. C'est le cas de certains travaux de type "traitement de l'information". Dans son aspect le plus général une théorie "traitement de l'information" est présentée par Newell et Simon (1972). Le système mental est décrit en prenant comme modèle le fonctionnement de l'ordinateur avec l'objectif de construire un programme qui simule les comportements de résolution observables. Le comportement est considéré comme une interaction entre "un système de traitement de l'information", le sujet et une

tâche particulière. A partir de la donnée de la tâche le sujet se fait une représentation du problème - il construit ce que Simon appelle l'espace du problème - ; il utilise alors l'information présente dans cette représentation pour évaluer les opérations qu'il peut appliquer ; le choix des opérations se fait alors soit au hasard, soit en fonction d'une heuristique, dont une des plus utilisées est celle qui consiste à vouloir minimiser la différence évaluée entre un état du problème et le but à atteindre (G.P.S. de Newell et Simon 1972). Il y a donc d'une part un codage de l'information à partir des données du problème, d'autre part un système de traitement séquentiel de l'information comportant différents éléments dont une mémoire à long terme et une mémoire à court terme (ou mémoire de travail) ; une des caractéristiques de cette dernière est d'avoir une capacité limitée.

On constate qu'une première catégorie de travaux (Newell et Simon 1972, Simon et Reed 1976, Atwood et Polson 1976, Simon et Simon 1977) laisse relativement de côté les aspects de mise en place du codage de l'information et de description de la mémoire à long terme dans son ensemble : ne sont décrites que les connaissances paraissant mises en jeu dans la résolution sans que l'on précise la façon dont elles sont rappelées, ni leur organisation par rapport à l'ensemble des connaissances. Ces connaissances sont décrites sous forme de propositions conditionnelles, appelées règles de production, comportant une partie "condition" et une partie "action" : si la condition est satisfaite alors l'action sera exécutée. Les conditions et l'action portent en général sur le contenu de la mémoire à court terme. Les règles de production sont hiérarchisées soit d'une façon ad hoc, soit en fonction de l'heuristique qui est censée intervenir au cours de la résolution. Ces règles de production sont construites de façon à simuler le mieux possible le comportement observable, mais elles restent spécifiques à chaque problème envisagé : ainsi on décrit surtout comment le sujet procède mais on ne précise guère ce qui l'amène à procéder de cette façon (Nguyen Huan 1979).

On pourra remarquer que chacune des deux approches précédentes s'inscrit dans des situations présentant des caractéristiques très différentes, surtout au niveau du rôle joué par les connaissances spécifiques au domaine envisagé. Ainsi le modèle traitement de l'information apparaît surtout pour des problèmes du type puzzles, traitements mathématiques, déplacements d'éléments où les connaissances spécifiques n'ont pas à intervenir et où l'espace du problème semble imposé par la structure de la tâche, ce qui laisser jouer le plus grand rôle au traitement de l'information (Newell et Simon 1972). Au contraire, l'approche structurale apparaît surtout dans des domaines riches en contenu spécifique pour chercher à organiser un savoir a priori très ouvert : c'est le cas de la linguistique ; dans ces domaines la résolution peut faire intervenir des analogies, des associations d'idées, il en résulte que l'espace du problème est beaucoup plus difficile à cerner : la représentation que l'élève se fait du problème n'a peut-être pas grand chose à voir avec la représentation que le questionneur se fait du même problème.

Un certain nombre de tentatives ont été faites pour répondre simultanément aux deux questions définies précédemment, c'est-à-dire envisager à la fois le traitement et aussi la représentation des connaissances. Pour permettre une description du processus de traitement, ces théories font intervenir largement la notion de règle de production et visent à préciser pourquoi ce sont certaines règles, et celles-ci seulement, qui interviennent dans le processus de la résolution. Ce dernier point revient à décrire ce qu'on appelle, en théorie du traitement de l'information, la structure de contrôle du système.

A partir de l'approche structurale, certains chercheurs ont essayé de préciser comment le traitement pouvait dériver de la structure en considérant les éléments de la structure comme unité de connaissance mémorisée, mais aussi comme règle de production : les règles de production sont donc spécifiques d'un domaine et ce sont les caractéristiques de la structure des connaissances qui assurent un contrôle efficace de l'appel des règles. Dans le modèle A.C.T. proposé par Anderson (1976), les connaissances comportent deux composantes : les composantes déclaratives ("savoir quoi"), représentées sous forme d'un réseau, les composantes procédurales ("savoir comment"), représentées par un système de production qui opère sur le réseau précédent. Dans le modèle de "réseau structural actif" proposé par Rumelhart, Lindsay et Norman (1972), puis Norman, Rumelhart et le Groupe de Recherche L.N.R. (1975), les éléments de traitement sont aussi stockés en mémoire au même titre que le savoir déclaratif ; à partir de la question un processus est activé qui fait parcourir le "réseau structural actif" à la recherche d'informations nouvelles ou de processus de traitement.

Dans l'approche "traitement de l'information", certains travaux vont chercher à rendre compte de la façon dont est construit l'espace du problème (Hayes et Simon 1974). Il faut remarquer que le modèle proposé par ces auteurs suppose que la résolution correspond à deux phases séparées. D'abord une phase de compréhension de l'énoncé au cours de laquelle le sujet construit sa représentation du problème, c'est-à-dire un ensemble d'éléments définissant la situation telle que se la représente le sujet : l'état initial, le but à atteindre, ainsi qu'un ensemble d'opérateurs permettant de modifier la situation initiale, le tout formant l'espace du problème. Ensuite une phase de solution pour laquelle il est possible d'appliquer les modèles décrits plus haut (G.P.S. par exemple). On pourrait représenter ce modèle par le schéma :

$$\text{énoncé} \xrightarrow[\text{compréhension}]{\text{phase de}} \text{espace du problème} \xrightarrow[\text{d'une heuristique}]{\text{application}} \text{solution}$$

où l' espace du problème est la représentation intérieure du problème par le sujet.

Pour ce qui est de la première phase, celle de construction de l'espace du problème, Hayes et Simon la représentent à l'aide d'un programme appelé UNDERSTAND ; il comporte deux étapes séquentielles, à savoir :
- une étape de traitement linguistique, suivie d'une étape de construction de l'espace du problème qui combine l'information extraite du texte lors de l'étape précédente avec différents types d'informations (ou connaissances) présentes dans la mémoire à long terme - il y a

construction d'une liste d'éléments qui représentent les situations du problème, puis construction des opérateurs à partir d'opérateurs de base, ou encore généraux, présents dans la mémoire à long terme et adaptés à la situation particulière du problème.

Ce modèle a permis à Simon et Hayes de rendre compte de l'influence de la formulation de l'énoncé sur la construction de l'espace du problème et par conséquent sur les solutions observées (problèmes isomorphes au Tour de Hanoï, Simon et Hayes 1976). Cependant il ne permet pas de rendre compte de l'effet de retour du processus de résolution sur le processus de compréhension et laisse sans explication les phénomènes de reformulation en cours de solution...

Dans une optique cherchant à articuler dans la résolution structure des connaissances et fonctionnement du traitement, citons aussi Scandura (1977). Celui-ci considère que dans la résolution interviennent simultanément des caractéristiques générales du système de traitement (à savoir une capacité limitée de la mémoire de travail, un mécanisme de contrôle basé sur la prise en compte des buts) et des caractéristiques d'un savoir spécifique représenté sous forme de "règles". Ces règles ressemblent un peu aux règles de production avec la différence qu'elles ne sont pas hiérarchisées a priori ; en effet Scandura veut laisser dans son analyse une place importante aux différences individuelles sans privilégier d'emblée certaines heuristiques particulières.

Nous avons jusqu'à présent considéré la résolution de problème sans nous attacher à une matière particulière. Pour aborder la matière qui nous intéresse, commençons par préciser quelques caractéristiques nous paraissant importantes. D'abord la résolution de problème de physique suppose en général un rappel de connaissances à partir d'une interprétation de l'énoncé : il en résulte que dans ce domaine il est particulièrement insuffisant de considérer la résolution sous le simple aspect traitement. De fait il n'existe qu'une seule recherche (Simon et Simon 1977) relevant de cette approche, de plus dans un domaine très mathématisé puisqu'il s'agit de cinématique ; cependant cette recherche met en évidence d'une façon remarquable une différence entre le traitement d'un sujet "expert" et celui d'un sujet "novice" ; ce qui amène les auteurs à proposer une définition opérationnelle de la notion "d'intuition physique". Une autre caractéristique marquante de la physique est de proposer des problèmes qui renvoient en partie au monde réel et où peut donc jouer de façon importante l'expérience propre du sujet. Ces deux caractéristiques montrent les limites de travaux qui s'inscriraient dans une approche uniquement structurale en interprétant la solution comme une simple activation d'un réseau conceptuel donné. En effet, de tels travaux tendraient à négliger les possibilités de changement de propriétés d'un "concept" en fonction du type d'énoncé. Ces derniers phénomènes ont pu être mis en évidence à propos du concept de force (Viennot 1977, 1979) ou des notions cinématiques (Saltiel 1978, 1979), et les auteurs montrent comment certains types d'exercices induisent des propriétés différentes des concepts manipulés.

Parmi les travaux sur la résolution de problème en physique, envisageant simultanément les processus de traitement et la représentation des connaissances, nous pouvons citer les travaux de Bhaskar et Simon (1977) sur la résolution de problème en thermodynamique. Ils mettent en évidence le fait qu'il n'y a pas construction d'une représentation complète du problème dès le début de la solution mais que certains indices relevés dans l'énoncé induisent d'entrée la production de relations particulières et un début de solution ; si ces relations possèdent trop de variables inconnues, il y a retour vers le processus de compréhension pour chercher d'autres relations en utilisant d'autres indices. Il n'est donc pas possible de rendre compte de la résolution en conservant un modèle traitant séquentiellement représentation et solution, où la solution est le résultat d'une heuristique appliquée à un espace de problème bien structuré (comme le faisaient Simon et Hayes pour les problèmes de Tour de Hanoï) ; il faut tenir compte du fait que la solution peut se mettre en marche dès qu'il y a possibilité de faire quelque chose, quitte à rajouter ensuite des relations au fur et à mesure des besoins. Il faudrait remplacer le schéma vu précédemment par celui-ci :

énoncé $\xrightarrow{\text{"compréhension"}}$ indices et relations perçues $\xrightarrow{\text{"faire quelque chose"}}$ tentative de solution sous forme de traitement de base (donner 1 équation, évaluer 1 variable, résoudre 1 équation) → solution

retour à l'énoncé pour chercher de nouvelles relations

Citons aussi les travaux de Reif (1979a, 1979b). Ces travaux débutent par une étude comparée de la résolution du "novice" et de "l'expert" pour aboutir à la construction d'un modèle qui est d'abord un modèle didactique, c'est-à-dire qu' "il vise à préciser quelques mécanismes cognitifs importants, suffisants pour produire une résolution de problème par l'homme efficace dans un domaine concret (sans se soucier si les "experts" utilisent ou non ces mécanismes). En conséquence un tel modèle sera jugé satisfaisant si les sujets humains, agissant selon le modèle, fournissent des résultats supérieurs en résolution de problème à ceux des sujets agissant d'une manière différente". Cependant ce modèle peut aussi être utilisé pour analyser la résolution de problème du sujet réel en fournissant un cadre conceptuel qui permette une représentation des différents aspects cognitifs.

En ce qui concerne la représentation des connaissances (ou du "savoir de base"), Reif en propose une description sous forme de paquets fonctionnels qu'il appelle schèmes de problème. Ces schèmes regroupent les connaissances nécessaires pour interpréter les symboles correspondant à une classe particulière de problèmes simples et aussi pour résoudre ceux-ci. Un schème comprend un savoir de méthode, dans un sens large, correspondant aux significations et aux méthodes calculatoires nécessaires pour résoudre le problème (connaissances déclaratives et procédurales), mais aussi ce que Reif appelle un savoir d'utilité correspondant à la connaissance des informations qu'on peut obtenir par application du schème et à celle des conditions d'application. De sorte qu'un schème peut se retraduire par une règle de production du type "si l'utilité du schème de problème est en rapport avec le problème qu'on cherche à résoudre - c'est-à-dire si l'information qu'il peut fournir est voulue et que les conditions d'application sont satisfaites - alors on applique la méthode correspondante". On voit que l'utilité est en rapport direct avec le processus de rappel et que le schème permet d'envisager simultanément les deux questions : quelles connaissances ? comment sont-elles mises en oeuvre ?

En ce qui concerne la solution elle-même, Reif la considère comme résultat de la mise en place de ces paquets fonctionnels - on pourrait aussi dire sous-problèmes. Cependant il ne dit pas grand chose de la façon dont cette mise en place s'effectue chez le "novice". Dans son modèle il définit une procédure de résolution comportant les étapes suivantes :

. une analyse ayant pour but de construire une "description utile" du problème, d'abord en faisant une description claire de la situation (comprendre à partir des données la situation proposée, ce qui se passe...), puis en faisant une retraduction de cette situation et des éléments qui la composent en fonction des concepts descripteurs théoriques qui sont présents dans le savoir de base. Notons que pour Reif une bonne description du problème est dans une certaine mesure indépendante de la question posée sur une situation donnée ;

. la construction de la solution en fonction d'une heuristique particulière, en insistant spécialement sur une heuristique du type G.P.S. (minimisation de la différence) s'appuyant sur une description de plus en plus détaillée de la situation ;

. une dernière étape d'évaluation de la solution trouvée à l'issue des étapes antérieures.

Ce modèle présente deux particularités. D'abord il fait jouer un grand rôle aux capacités du sujet humain à redécrire les situations (capacités que ne possède pas l'ordinateur et en cela Reif prend ses distances par rapport aux simulations sur ordinateur : la validité de son modèle n'a pas à être fondée sur une simulation possible mais sur l'efficacité d'un enseignement qui s'en inspirerait). D'autre part il considère comme fondamental la nature et la structure du savoir de base : de ces deux aspects dépendent le rappel et l'efficacité du traitement. Ainsi dans son modèle idéal, l'utilité d'un schème doit pouvoir être comprise à plusieurs niveaux (utilité générale, utilité qualitative, utilité quantitative) et, d'autre part, ces schèmes doivent être hiérarchisés de sorte que chacune des idées contenues dans un schème puisse être développée grâce aux informations contenues dans des schèmes subordonnés.

Il reste que Reif n'essaie pas de situer le "novice" par rapport à ce modèle ; il ne rend pas compte de ce qui se passe dans les cas où la description initiale du problème ne se situe pas au niveau de généralité voulue, des éléments particuliers se trouvant privilégiés dès la lecture ; il ne cherche pas à savoir si l'accès même à cette généralité ne peut pas être entravé par des mécanismes particuliers ; il se limite simplement à remarquer qu'un certain nombre d'erreurs peuvent découler d'une "mauvaise" "qualité" du schème ("mauvaise" description de l'utilité et des conditions d'application faussant le rappel, "mauvaise" définition des symboles, "mauvaise" procédure de calcul associé).

En résumé, nous constatons à travers cette rapide revue que les modèles proposés pour rendre compte des solutions continuent à se heurter à la difficulté suivante : comment caractériser dans la résolution ce qui tient à la structure des connaissances particulières à un domaine et ce qui tient à un processus général de résolution. Une première conception consiste à dire que la donnée de l'énoncé se retraduit par la construction d'un espace de problème sur lequel s'effectue ensuite la résolution proprement dite ; mais cette conception se heurte à l'observation de solutions dans lesquelles interfèrent phase de rappel et phase de traitement et où les connaissances ne se trouvent pas rappelées d'un coup mais en fonction d'indices particuliers, de raisonnement analogique ou d'associations se produisant en cours de traitement ; si bien que le traitement lui-même n'est pas indifférent aux connaissances mises en jeu. Une autre conception consiste à dire que la solution résulte de l'activation progressive d'un réseau de connaissances ; mais elle s'accompagne souvent d'une description de ces connaissances sous la forme d'une structure rigide - réseau associatif fixe ou hiérarchie structurale figée - qui ne permet pas de rendre compte de changements de propriétés des concepts en fonction du type d'exercice à résoudre, ou de la situation proposée.

Pour éviter ces différents écueils, certains auteurs (comme par exemple Reif en physique, Ehrlich en linguistique 1975, 1979) ont tenté de représenter les connaissances sous forme de blocs mobiles qui sont le résultat d'expériences antérieures du sujet et dont le rappel et les interactions dépendent de l'énoncé et de son interprétation. C'est dans cette ligne que nous situerons notre analyse.

III. OBJECTIFS

Notre problème initial est donc de savoir lorsqu'un élève résoud un exercice de physique ce qu'il y a de sous-jacent aux relations produites mais aussi aux "oublis". Précisons d'abord qu'on peut distinguer deux types de relations : celles qui apparaissent comme la conséquence mathématique d'autres relations écrites auparavant, qui sont donc issues d'un traitement formel ; celles qui sont inférées à partir de la situation elle-même, qui correspondent au rappel de connaissances mémorisées. C'est principalement à ces dernières que nous nous intéresserons sans nous préoccuper des transformations mathématiques qu'un élève opère sur une relation donnée.

L'un des premiers objectifs à atteindre est de montrer que toutes les relations qui apparaissent ainsi dans la solution ne se trouvent pas dégagées a priori, mais apparaissent progressivement en cours de résolution, en fonction de nécessités liées aux étapes successives du traitement. Au lieu de décrire la solution par une séquence "représentation-traitement" avec mise en place initiale d'une représentation constituant l'espace du problème, suivie d'un traitement correspondant à une stratégie plus ou moins générale, nous en rendrons compte par une activation plus ou moins progressive de connaissances.

Nous décrirons la mise en oeuvre de ces connaissances sous forme d'éléments partiels de résolution ou schèmes inspirés des schèmes de Reif ; ce ne sont donc pas seulement les relations produites qui importeront mais également leur "utilité", c'est-à-dire d'une part l'information qu'elles permettent d'obtenir et, d'autre part, leurs conditions d'application.

Un deuxième objectif consiste à chercher les conditions de rappel d'une connaissance ; ce rappel dépend d'indices perçus dans l'énoncé ou présents dans l'état de résolution à un instant donné ; mais quels sont ces indices ? Ceci nous amènera à étudier ce que nous appellerons la "lecture" du problème : il s'agit pour nous de l'ensemble des indices et aspects, privilégiés dans la situation du problème, à partir desquels vont être activées les connaissances utiles. Dans la mesure où certaines lectures privilégient fortement certains aspects au détriment d'une prise en compte de l'ensemble, il peut en résulter des solutions ne mettant en jeu qu'une partie des connaissances "disponibles"... Certaines erreurs s'interprèteraient donc par des lectures incomplètes plutôt que par des connaissances fausses et la stabilité des erreurs correspondrait à une stabilité des lectures correspondantes.

Un troisième objectif sera de chercher quels sont les éléments qui influencent la lecture et de voir si certains domaines de la physique privilégient fortement certaines lectures, rendant en cela plus difficile l'accès à une méthode de résolution correcte.

IV. PLAN D'ETUDE

Pour répondre à ces questions, nous avons commencé par une phase préliminaire d'exploration à l'aide d'interviews dont on trouvera quelques exemples en annexe. Celles-ci se sont révélées utiles pour guider nos choix méthodologiques, en particulier par l'observation de basculements dans le déroulement des solutions : la découverte d'une nouvelle relation s'accompagnant parfois d'un "oubli" d'autres qui avaient été précédemment dégagées. L'expression verbale des sujets ne suffit pas à rendre compte de tous les aspects de la solution, en particulier de ces basculements, lesquels répondent probablement à des processus tout à fait inconscients. Malgré leur caractère souvent sibyllin, les solutions écrites ont l'avantage d'autoriser le recueil plus rapide d'un grand nombre de données. Elles permettent ainsi une analyse d'ensemble qui impose des contraintes significatives à l'interprétation des solutions, notamment de ces basculements, en terme de processus de raisonnement sous-jacents.

Nous envisageons deux étapes dans notre étude :

1) Une première étape consiste à recueillir puis à analyser les solutions écrites fournies par des élèves en réponse à un problème particulier faisant partie d'une série de problèmes isomorphes : c'est-à-dire de problèmes dont les solutions présentent la même structure formelle mais dont l'énoncé correspond à des habillages différents. Nous avons joué sur deux facteurs, d'une part le domaine de la physique, d'autre part le rôle joué par le facteur temps dans la présentation de l'énoncé. Il nous sera ainsi possible de voir si la structure est un élément suffisant pour imposer un type de solution indépendamment du domaine, et si la mise en place des connaissances correspondant à un domaine donné est influencée par le facteur présentation. Le problème physique débarrassé de son habillage correspond à un problème de mathématique dont on s'est assuré auparavant que les élèves peuvent dans leur très grande majorité (80 %) trouver la solution. Dans la mesure où nous n'envisageons pas une étude génétique nous ne distinguerons pas différentes classes d'âge ; nous nous limiterons à une catégorie relativement restreinte d'élèves correspondant au second cycle scientifique de lycée.

2) Une deuxième étape consiste à construire une séquence d'enseignement portant sur une sensibilisation à diverses erreurs et sur un apprentissage rapide d'une méthode de résolution. Cette séquence a été proposée à une classe de seconde C et ses effets seront jugés par comparaison avec une classe-témoin ne suivant pas la séquence. Le test

d'évaluation comporte plusieurs problèmes relativement isomorphes mais portant sur des domaines différents, ce qui permet de mesurer l'efficacité de l'enseignement en fonction des différents domaines. Tenant compte du fait que la séquence est relativement courte, on peut ainsi mesurer la sensibilité d'un domaine à la mise en place de nouvelles méthodes et par voie de conséquence la stabilité des solutions déjà existantes...

PREMIERE PARTIE : ANALYSE DES SOLUTIONS FOURNIES A UNE SERIE DE PROBLEMES ISOMORPHES

I. GENERALITES ET METHODOLOGIE

1. Présentation de la structure

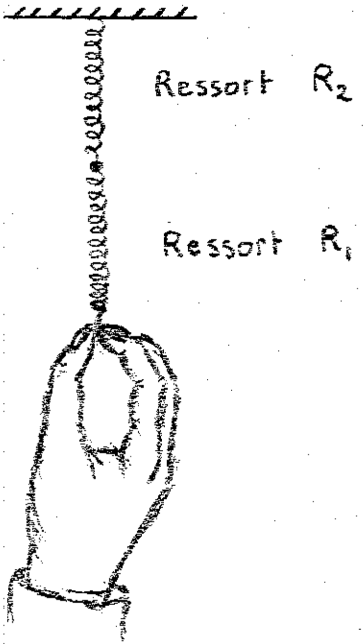
Nous avons déjà dit que les problèmes proposés aux élèves se caractérisaient par une structure de base commune. Les situations comportent toutes un élément extérieur (E) agissant sur un système composé de deux parties interdépendantes (S_1 et S_2) ; on peut schématiser ceci de la manière suivante :

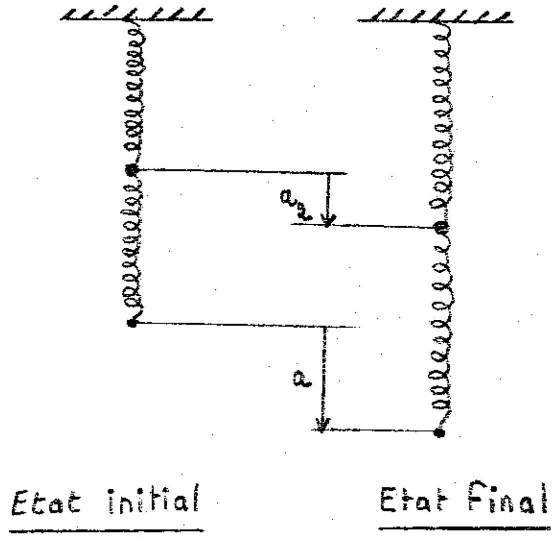
$$E \rightleftarrows (S_1 \rightleftarrows S_2)$$

Ce type de problème nous paraît particulièrement intéressant dans la mesure où il est fréquemment rencontré en physique. Il permet de voir comment les parties d'un système sont organisées entre elles et avec l'extérieur.

Les situations physiques correspondantes peuvent être décrites à l'aide d'un certain nombre de grandeurs, entre lesquelles existent des relations. On peut distinguer deux types de relations : des relations caractéristiques de chaque partie reliant entre elles des grandeurs permettant de caractériser les différents états accessibles de cette partie et des relations inter-parties retraduisant les propriétés de l'interdépendance. Nous avons choisi le cas de systèmes où les variables d'états intervenant dans le problème sont au nombre de 2.

Prenons un exemple : 2 ressorts sont accrochés bout à bout, l'extrémité supérieure est fixée, un expérimentateur tire sur l'extrémité inférieure :





L'état de chaque ressort peut être décrit par deux variables d'état à savoir la tension et l'allongement. Les ressorts sont supposés à réponse linéaire, de sorte qu'il existe une relation de proportionnalité entre la tension et l'allongement, faisant intervenir un coefficient appelé la raideur du ressort.

On obtient comme relations caractéristiques :

. en considérant le ressort R_1 : $T_1 = k_1 a_1$,
  où T_1, k_1, a_1 sont la tension, la raideur et l'allongement du ressort R_1 ;
. en considérant le ressort R_2: $T_2 = k_2 a_2$.

En ce qui concerne les relations interparties, on trouve :

. une relation entre les allongements, dérivée de la composition géométrique des longueurs, $a = a_1 + a_2$ où a représente l'allongement total du système (R_1+R_2)
. une relation entre les tensions résultant du principe d'action-réaction au point M_2 , $T_1 = T_2$.

On peut aussi montrer, en négligeant la masse des ressorts, que la force exercée par l'expérimentateur, notée par F_e, est égale en intensité aux tensions précédentes. D'un point de vue purement formel, la structure de ce problème se retraduit par le système d'équations

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= k_1 a_1 \\ T_2 &= k_2 a_2 \end{aligned}\right\} \text{ relations caractéristiques}$$

$$\left.\begin{aligned} a &= a_1+a_2 \\ F_e &= T_1 = T_2 \end{aligned}\right\} \text{ relations interparties.}$$

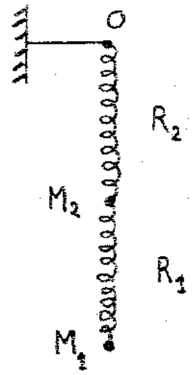
Dans l'énoncé sont données les valeurs de k_1 et k_2 ainsi que celle de a. Les questions portent sur l'expression de a_2 et sur celle de F_e. Il résulte de ce choix que la solution ne peut pas être apportée sans la manipulation simultanée d'au moins 2 des relations précédentes : il n'existe pas de solution permettant une utilisation numérique séquentielle de ces relations.

2. Les deux types de présentation temporelle

A partir de la structure précédente, nous avons construit deux types d'énoncé, l'un appelé (énoncé en) "transformation", l'autre (énoncé en) "états". Dans l'énoncé "transformation", nous présentons un état initial et nous proposons de modifier cet état en demandant des prédictions sur les variations et sur l'état final (il y a dans cette présentation un renforcement des aspects variationnels et dynamiques). Dans l'énoncé "états", nous présentons deux systèmes distincts mais de caractéristiques identiques, dans deux états différents. Ces deux états correspondent en fait à l'état initial et à l'état final de la présentation "transformation" ; nous posons alors des questions sur des grandeurs d'états ou des différences entre ces grandeurs (il y a dans cette présentation un renforcement des aspects statiques). Voici les deux énoncés ainsi obtenus.

Enoncé "Ressorts-transformation"

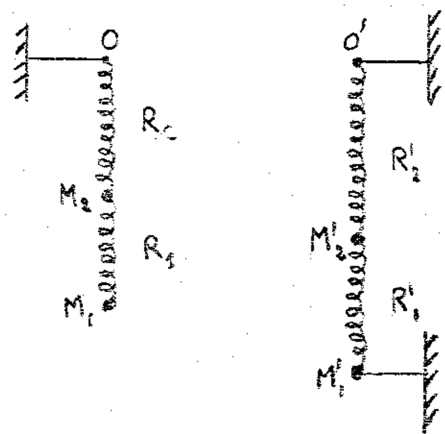
On considère le système représenté ci-contre composé de 2 ressorts bout à bout.



$M_1 M_2$ correspond à un ressort R_1, de longueur à vide 20 cm, de raideur $k_1 = 3N/cm$;
M_2O correspond à un ressort R_2, de longueur à vide 30 cm, de raideur $k_2 = 2N/cm$.
L'extrémité M_1 étant initialement libre, un expérimentateur veut déplacer M_1 de 10 cm vers le bas.
Quel sera le déplacement du point M_2 et l'intensité de la force que doit exercer l'expérimentateur ?

Enoncé "Ressorts-états"

On considère les 2 systèmes représentés ci-contre, chacun composé de 2 ressorts bout à bout.



$M_1 M_2$ et $M'_1M'_2$ correspondent à 2 ressorts R_1 et R'_1 identiques, de longueur à vide 20 cm, de raideur $k_1 = 3N/cm$.
M_2O et M'_2O correspondent à 2 ressorts R_2 et R'_2 identiques, de longueur à vide 30 cm, de raideur $k_2 = 2N/cm$.
Pour le système de gauche, l'extrémité M_1 est libre et la longueur OM_1 vaut 50 cm.
Pour le système de droite, l'extrémité M'_1 est attachée à un clou de sorte que la longueur $O'M'_1$ vaut 60 cm.
Quelle est la longueur $O'M'_2$ et l'intensité de la force exercée par le clou en M'_1 ?

3. Les différents domaines

La structure formelle de base ayant été définie, nous avons essayé de la transposer à d'autres domaines concernant d'autres systèmes physiques : cas de deux vases communicants, cas de deux résistances en parallèle. A chaque domaine nous continuons d'associer deux types de présentation temporelle, ce qui donne les énoncés de la page 43 et de la page 62.

On pourra vérifier qu'on retrouve la structure commune

$$\left.\begin{array}{l}\alpha_1 = \lambda_1\beta_1 \\ \alpha_2 = \lambda_2\beta_2\end{array}\right\} \text{relations caractéristiques}$$

$$\left.\begin{array}{l}\beta = \beta_1+\beta_2 \\ \alpha_1 = \alpha_2 \ (=\alpha_e)^{*}\end{array}\right\} \text{relations interparties}$$

avec les correspondances :

	α	β	λ
Ressorts	force/tension	allongement	raideur
Vases communicants	variation/ différence de volume	variation/ différence de niveau	section d'un vase
Résistances en parallèle	tension électrique	intensité	résistance

L'énoncé donne λ_1, λ_2, β et les questions portent sur la détermination de β_2 et α_e.

---

* La relation $\alpha_e = \alpha_1 = \alpha_2$ n'est pas vérifiée dans le cas des vases communicants.

4. Recueil des solutions

Ces problèmes ont été proposés par écrit à des élèves du second cycle scientifique du secondaire. Nous nous sommes auparavant assurés qu'ils savent résoudre le problème mathématique sous-jacent, à savoir un système simple d'équations linéaires à deux inconnues. Plus précisément l'exercice suivant :

" $\begin{cases} 4x = 5y \\ 2x+y = 35 \end{cases}$ - Trouver la valeur de x et y"

a été correctement résolu par 82 % des élèves en seconde et 93 % des élèves de Terminale.

Chaque élève ne se voit proposer qu'un seul problème et la plupart du temps nous avons présenté les deux types de présentation dans chaque classe. En ce qui concerne le choix des classes, nous n'avons pas procédé à un échantillonnage particulier. Le tableau suivant indique le nombre de solutions recueillies en fonction de l'énoncé.

	"Transformation"	"Etats"
Ressorts	93 dont 26 1ère DEUG S.S.M. 67 Terminale Scien.	87 dont 24 1ère DEUG S.S.M. 63 Terminale Scien.
Vases communicants	62 dont 13 1ère Scientifiq. 49 2ème "	59 dont 14 1ère Scientifiq. 45 2ème "
Résistances	43 dont 34 Terminale Scien. 9 1ère Scientifiq.	33 dont 24 Terminale Scien. 9 1ère Scientifiq.

On demande aux élèves une collaboration décontractée, anonyme. Ils sont priés d'écrire leur brouillon sur la feuille même, d'être aussi explicites que possible, y compris lorsqu'ils changent d'avis.

5. Analyse des solutions

Cette analyse va s'effectuer avec l'objectif de mettre à jour des mécanismes sous-jacents aux solutions produites. Il en résulte que la réponse finale fournie n'est pas un critère suffisant. Nous considérons comme indices les relations introduites dans la solution mais sans faire de distinction entre des relations formellement équivalentes.

Un premier temps de l'analyse consistera à considérer chaque relation indépendamment des autres, à voir le type de relation produite par rapport à celle correspondant à la solution correcte, à voir l'influence de la présentation temporelle sur le taux d'apparition d'une relation. Nous nous intéresserons d'abord aux relations produites pour exprimer α_e, puis aux relations inter-parties et dans certains cas aux relations "caractéristiques". Nous regarderons aussi si une relation écrite à un moment de la résolution est manipulée ou non de façon cohérente, c'est-à-dire si elle est ou non contredite dans le reste de la solution (en quelque sorte si on retrouve par écrit les basculements observés lors des interviews).

Nous chercherons ensuite s'il est possible de mettre à jour une interdépendance entre la forme du résultat, certaines relations et d'autres productions (dessins, commentaires). Nous calculerons les taux d'apparition de différentes productions en fonction de la forme du résultat et nous appellerons réseau l'ensemble des taux associés à une forme du résultat. Nous dégagerons les caractéristiques de ces réseaux, en particulier leur sensibilité à la présentation et nous chercherons à voir si ces réseaux font apparaître des associations fortes en même temps que d'autres très faibles. Nous essaierons d'illustrer si possible ces réseaux par des solutions caractéristiques. Il apparaîtra évidemment que plus le réseau comporte des associations fortes, plus le nombre de solutions correspondantes sera restreint : ainsi l'analyse en réseau permet non seulement de classer les solutions mais de les situer dans un ensemble de solutions possibles a priori.

Les caractéristiques de chaque réseau observé nous fourniront des indices sur les mécanismes sous-jacents à la résolution. A chaque réseau nous essaierons d'associer un type de lecture dont nous dégagerons les caractéristiques. Puis, à partir de là, nous risquerons une description des schèmes activés susceptibles de rendre compte des solutions produites. L'objectif est de décrire une solution à partir du schéma :

> "Dans la lecture sont dégagés tels indices, privilégiés tels aspects... En fonction de cette lecture se trouvent activés tels schèmes... Il peut en résulter telle erreur...".

Nous ne pouvons pas atteindre directement par l'expérience tous les aspects détaillés de chaque schème et des savoirs d'utilité correspondants. Une telle description sera cependant validée si elle permet de rendre compte des faits expérimentaux observés.

Nous commencerons l'analyse des solutions domaine par domaine en accordant une attention particulière à l'influence de la présentation. Puis nous ferons une comparaison entre les domaines en cherchant à décrire de façon plus générale les éléments susceptibles d'orienter le type de lecture que peut faire l'élève.

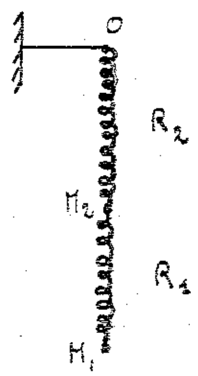
II. EXERCICES SUR UN SYSTEME DE DEUX RESSORTS BOUT A BOUT

1. Enoncés et analyse de la tâche

Les deux types d'énoncés "transformation" ou "états" sont rappelés ci-dessous.

Enoncé "Ressorts-transformation"

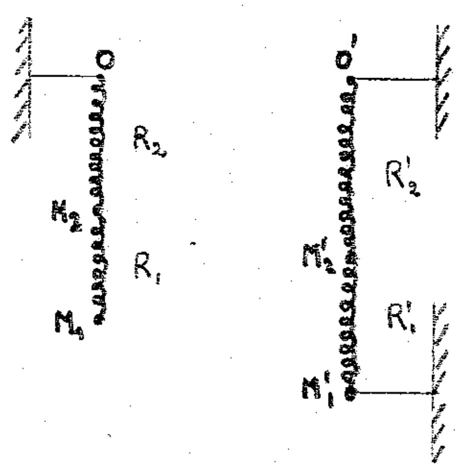
On considère le système représenté ci-contre composé de 2 ressorts bout à bout.
$M_1 M_2$ correspond à un ressort R_1, de longueur à vide 20 cm, de raideur $k_1 = 3N/cm$;
M_2O correspond à un ressort R_2, de longueur à vide 30 cm, de raideur $k_2 = 2N/cm$.
L'extrémité M_1 étant initialement libre, un expérimentateur veut déplacer M_1 de 10 cm vers le bas.



Quel sera le déplacement du point M_2 et l'intensité de la force que doit exercer l'expérimentateur ?

Enoncé "Ressorts-états"

On considère les 2 systèmes représentés ci-contre, chacun composé de 2 ressorts bout à bout.
$M_1 M_2$ et $M'_1 M'_2$ correspondent à 2 ressorts R_1 et R'_1 identiques, de longueur à vide 20 cm, de raideur $k_1 = 3N/cm$.
M_2O et M'_2O correspondent à 2 ressorts R_2 et R'_2 identiques, de longueur à vide 30 cm, de raideur $k_2 = 2N/cm$.



Pour le système de gauche, l'extrémité M_1 est libre et la longueur OM_1 vaut 50 cm.
Pour le système de droite, l'extrémité M'_1 est attachée à un clou de sorte que la longueur $O'M'_1$ vaut 60 cm.
Quelle est la longueur $O'M'_2$ et l'intensité de la force exercée par le clou en M'_1 ?

La solution de ces exercices passe par l'introduction d'un certain nombre de relations que nous pouvons comparer aux relations de base sous-jacentes au problème. En notant

F_e la force exercée par l'expérimentateur ou le clou sur l'extrémité M_1

T_1, T_2 les tensions de chaque ressort

a_1, a_2 les allongements de chaque ressort et a l'allongement total,

nous avons, sous-jacentes aux problèmes, les relations de base suivantes :

. relations caractéristiques $\begin{cases} T_1 = k_1 a_1 \\ T_2 = k_2 a_2 \end{cases}$

. relations interparties $\begin{cases} \text{l'égalité des forces } T_1 = T_2 = F_e \\ \text{la composition géométrique des allongements } a = a_1 + a_2 \end{cases}$

Les exercices consistent à chercher F_e et a_2 en fonction des données, soit k_1, k_2 et a.

Il y a plusieurs solutions possibles pour aboutir au résultat correct, suivant l'ordre dans lequel sont rappelées les relations de base et la manipulation qui est faite de ces relations. Dans la mesure où ce n'est pas le détail de la résolution qui nous intéresse mais la nature des relations rappelées dans les solutions, nous ne cherchons pas à donner l'algorithme de résolution.

Rappelons que ces exercices ont été proposés à 130 élèves de Terminale Scientifique et 50 élèves de 1ère année de DEUG S.S.M. Nous avons ainsi recueilli 93 solutions en présentation "transformation" et 87 solutions en présentation "états". Les résultats des deux types de population étant analogues, nous les traitons globalement dans ce qui suit.

2. Relations produites et influence de la présentation sur les fréquences

2.1. Expression de F_e

Commençons par présenter les différentes relations utilisées par les élèves pour exprimer F_e.

. $F_e = k_1 a_1$ et/ou $k_2 a_2$: il s'agit là de l'expression correcte que nous avions présentée dans la solution idéale.

. $F_e = k_1 a$: il s'agit d'une expression fausse dérivant de la précédente par substitution de l'allongement total à l'allongement de R_1.

. $F_e = k_s a$: où a représente l'allongement total et k_s un coefficient dépendant de l'inspiration de l'élève et différent de k_1 ; cette formule revient à étendre la relation caractéristique à l'ensemble du système. Il existe effectivement une telle relation et on peut trouver à partir du système précédemment défini $k_s = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$. Il serait donc possible de résoudre correctement le problème en introduisant a priori la valeur correcte de k_s ; en fait, ce n'est jamais le cas et k_s est égal en général à $k_1 + k_2$.

. $F_e = F_1 + F_2$: se traduisant par $F_e = k_1 a_1 + k_2 a_2$ qui est une formule erronée.

. Nous appellerons "cas mixtes" les copies où sont données deux des relations précédentes.

Le tableau II.1 permet de comparer les pourcentages d'apparition des différentes relations en fonction des deux types de présentation.

	"transformation" N = 93	"états" N = 87
k_1a_1 et/ou k_2a_2	14 %	18 %
k_1a	26 %	7 %
k_sa	18 %	12 %
$F_1 + F_2$	17 %	32 %
Cas mixtes	13 %	5 %
Sans réponse	12 %	26 %
	100 %	100 %

TABLEAU II.1

Relations utilisées pour exprimer la force exercée par l'expérimentateur ou le clou

Il apparaît une nette différence entre les 2 types de présentation pour la relation $F_e = k_1a$ favorisée en "transformation", et la relation $F_e = F_1+F_2$ favorisée en "états". D'autre part, on remarque :

- que la relation correcte ne paraît favorisée par aucune des présentations,
- une plus grande difficulté pour donner une expression de F_e en "états" (voir le taux des "sans réponse") : on retrouve ici un résultat déjà bien connu, à savoir qu'une force s'appréhende plus facilement par ses effets transformationnels qu'en situation d'équilibre, sans que la réponse soit pour autant plus souvent correcte.

Il est remarquable que dans les solutions n'apparaît en général qu'une seule expression pour F_e : il semble que le choix d'une opération pour F_e soit assez fortement exclusif. Quand on analyse en détail les "cas mixtes", surtout en "transformation", on s'aperçoit que dans la moitié des cas l'élève utilisant 2 opérations pour F_e les utilise dans 2 séquences indépendantes de sorte qu'il aboutit à 2 valeurs différentes pour F_e. Celles-ci ne sont pas perçues comme contradictoires, probablement parce qu'elles interviennent dans deux questions différentes.

Exemple : cas mixte $F_e = k_1 a$ et $F_e = F_1+F_2$.
Pour calculer a_2, l'élève écrit $F_e = k_1 a = 3x10 = 30$ N, puis en déduit $a_2 = \frac{F_e}{k_2} = \frac{30}{2} = 15$ cm.
Mais pour répondre à la question sur F_e, il écrit :
$F_e = F_1+F_2 = 30 + 30 = 60$ N.

Nous voyons donc apparaître ici un exemple de mise en place de relation qui dépend de la question posée.

2.2. Relations interparties

Ce qui nous intéresse ici est de savoir dans quelle mesure les relations correctes d'égalité de tension ou d'intensité de force d'une part et d'additivité de longueurs ou d'allongements d'autre part sont écrites et utilisées. La première que nous noterons "$T_1 = T_2$" correspond au cas général où il apparaît une force de même intensité pour les 2 ressorts et regroupe des écritures comme $F_1 = F_2$, mais aussi $k_1 a_1 = k_2 a_2$, ou encore $F_e = F_1$, suivi de $F_e = F_2$. Pour désigner ce dernier cas, nous parlerons de transmission directe ; celle-ci n'est pas toujours explicitée sous la forme $F_e = F_1$, $F_e = F_2$, mais souvent l'élève écrit "c'est la même force qui agit sur les 2 ressorts".

La seconde relation, que nous noterons "$a = a_1+a_2$" correspond soit à une composition d'allongements, soit à une composition de longueurs dans un état donné (ex. : $O'M'_1 = O'M'_2+M'_2M'_1$).

En fait, même avec ces critères de reconnaissance, les choses ne sont pas simples car on constate que telle relation écrite quelque part se trouve contredite dans le reste de la solution : c'est ainsi que tel élève ayant écrit $a_1+a_2 = a$ continue la solution en identifiant

a_1 et a, ou qu'un autre élève inversement ayant commencé en posant a_1 = a constate que sa solution est incompatible avec la composition des allongements (sans pouvoir d'ailleurs résoudre cette incompatibilité). On constate donc qu'une relation mobilisée à un instant de la résolution n'est pas utilisée d'une façon identique sur l'ensemble.

Le tableau suivant indique les pourcentages de production de ces relations, les pourcentages entre parenthèses correspondant aux cas où une relation écrite est ensuite contredite (et viennent donc s'ajouter au chiffre précédent).

	"Transformation" N = 93	"Etats" N = 87
Egalité des tensions* (dont par transmission directe)	60 % (+ 2 %) 30 %	32 % (+1%) 18 %
Composition des longueurs ou allongements*	37 % (+ 9 %)	53 % (+1%)
Les deux relations	18 % (+ 10 %)	20 % (+2%)
Solution correcte au calcul de a_2	16 %	16 %

* sont également comptés dans cette rubrique les élèves ayant fourni les 2 relations.

TABLEAU II.2

Expressions correctes des relations inter-parties

On constate qu'un changement de présentation tend à modifier le type de relation produite ; ainsi l'égalité des forces est davantage perçue en présentation "transformation", tandis qu'en présentation "états" c'est la composition des longueurs qui apparaît majoritairement.
On peut donc dire que la présentation en transformation renforce

le rappel de l'égalité des forces (tout en remarquant que ce rappel se fait dans 50 % des cas sous forme d'une transmission de F_e) aux dépens de la composition des allongements qui est une composition géométrique ; alors qu'en présentation "états" on observe plutôt le contraire. On remarque aussi qu'il n'y a pas de présentation qui permette d'accéder plus facilement à la mise en place et au traitement correct des 2 relations interparties.

Remarquons de plus qu'il y a en transformation 10 % des cas où les 2 relations correctes ont été écrites mais n'ont pas été prises en considération simultanément. La relation perturbée est alors principalement celle de composition des allongements ; ainsi on observe des solutions du type :

"R_1 s'allonge de 10 cm, donc $F = k_1 \times 10 = 3 \times 10 = 30$ N
c'est la même force qui agit sur k_2 donc $a_2 = \frac{30}{k_2} = \frac{30}{2} = 15$ cm.
Ce résultat n'est pas possible car l'allongement de R_2 ne peut pas être supérieur à l'allongement total..."

Quelques gribouillages suivent mais sans qu'il y ait mise en place d'une solution correcte, ce qui paraît surprenant puisque tous les éléments de base permettant de construire la solution sont là.
Dans la mesure où les élèves savent résoudre le problème mathématique sous-jacent, il ne s'agit pas d'un problème de manipulation de formalisme. On peut alors s'interroger sur ce qui bloque la mise en oeuvre du traitement formel correct d'autant que ceci ne se produit quasiment jamais en présentation "états"...
On peut en tout cas trouver dans ces faits, une justification de notre parti pris méthodologique ; la solution ne peut pas s'interpréter comme une séquence en deux temps : mise en place d'opérateurs dans une phase de représentation, traitement formel dans la phase de résolution ; en effet on observe que les premières relations écrites s'accompagnent dès que possible d'un calcul (comme le remarquaient déjà Bhaskar et Simon), puis de nouvelles relations apparaissent alors que le traitement a déjà commencé. Dans la mesure où rappel et traitement semblent très imbriqués, une relation écrite ne se combine pas forcément avec les autres relations dans un système parfaitement

cohérent. Elle est sans doute un aspect de quelque chose de plus complexe mis en place en cours de résolution en fonction d'une situation de résolution particulière souvent avec un seul objectif immédiat : la production d'une valeur numérique. C'est pourquoi nous concevons plutôt la résolution comme s'appuyant sur le rappel d'éléments partiels de résolutions ou schèmes de problème.

2.3. Relations caractéristiques

La relation $F = ka$ reliant force et allongement apparaît elle aussi comme source d'erreur. De $F = k_1 a_1$ elle peut glisser vers $F_1 = k_1 a$ ou bien $F_1 = k_1 l_1$ (l_1 représentant la longueur du ressort R_1). Là aussi les fréquences d'erreurs dépendent du type de présentation comme le montre le tableau II.3.

	"Transformation"	"Etats"
$F_1 = k_1 a$	41 %	9 %
$F_1 = k_1 l_1$	8 %	18 %

TABLEAU II.3

Expressions incorrectes de la force agissant sur R_1

La forme que prend cette relation est donc influencée par celle de l'énoncé. La relation $F_1 = k_1 a$ qui va probablement avec une identification de l'allongement avec le déplacement de l'extrémité, apparaît préférentiellement en réponse à l'énoncé qui insiste sur ce déplacement.

2.4. Résumé

Deux résultats principaux se dégagent de ce paragraphe :

- la fréquence de certaines relations dépend du type d'énoncé
- dans la présentation "transformation", certaines solutions s'accompagnent de ruptures dans la manipulation du formalisme et semblent en cela justifier un modèle de solution basé sur une activation de schèmes plutôt que sur une séquence en deux temps disjoints : représentation puis traitement.

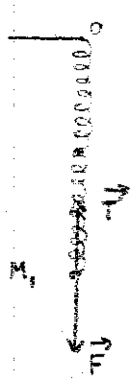
3. Analyse des caractéristiques des réseaux de relations associées au calcul de F_e

Notre objectif est maintenant de voir si on peut dégager des associations particulières de relations et d'autres productions.

Les productions que nous considérons sont :

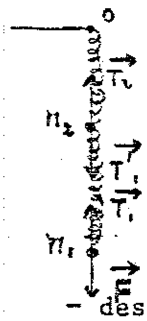
- les expressions pour F_e
- les relations "$a = a_1+a_2$" et "$T_1=T_2$", en précisant les cas où cette dernière égalité est envisagée par l'élève comme un report direct de la force de l'expérimentateur
- les relations $F_1 = k_1 a$ et $F_1 = k_1 L_1$ correspondant à une réinterprétation erronée de $F = ka$
- des productions regroupées sous le terme d' "équilibre local" et correspondant à une prise en compte de 2 forces qui s'annulent, ce qui est exprimé soit sous forme graphique, soit sous forme d'une relation.

Exemples . équilibre local en M_1 seulement :



ou bien : "au point M_1 $\vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$"

. équilibre local en M_1 et M_2 :



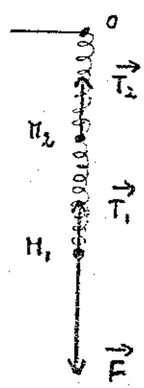
ou bien : "au point M_1 $\vec{F}+\vec{T'_1} = \vec{0}$

au point M_2 $\vec{T'_1}+\vec{T'_2} = \vec{0}$"

- des productions regroupées sous le terme de "bilan global" et consistant à envisager globalement des forces apparaissant dans le système (indépendamment de leur localisation et de ce sur quoi elles agissent) pour en général écrire que la somme est nulle.

Exemple : " $\vec{F} + \vec{T_1} + \vec{T_2} = \vec{0}$ ".

Cette écriture s'accompagne souvent du schéma suivant :



Le tableau II.4 indique la fréquence d'apparition d'une production en fonction du type de relation utilisée pour calculer F_e (sans tenir compte des cas mixtes) (Les pourcentages indiquent parmi les solutions utilisant un type donné de relation pour F_e celles où apparait la production envisagée)
En considérant ce tableau (page suivante), on voit effectivement que les productions ne se trouvent pas associées d'une façon identique aux différentes expressions de F_e ; certaines productions semblent favorisées par un type, alors que d'autres semblent au contraire être écartées.

Commençons par préciser les caractéristiques des réseaux obtenus dans le cas "transformation" ainsi que quelques exemples de solution.

productions envisagées / expression pour F_e	"$a=a_1+a_2$"	"$T_1 = T_2$"	Par transmission directe	$F_1=k_1a$	$F_1=k_1l_1$	Equilibre local: 1 point M_1 ou M_2	Equilibre local: 2 points M_1 et M_2	Bilan global
"Transformation"								
k_1a_1 (N=13)	85%	92% (+8%)*	(77 %)	0 %	8 %	15 %	46 %	0 %
k_1a (N=24)	0% (+33%)*	83%	(42 %)	100 %	4 %	17 %	54 %	4 %
k_sa (N=17)	53%	30% (+5%)*	(24 %)	12 %	12 %	30 %	12 %	6 %
F_1+F_2 (N=16)	44%	19%	(6 %)	37 %	31 %	0 %	19 %	44 %
"Etats"								
k_1a_1 (N=16)	100%	93%	(75 %)	0 %	6 %	25 %	38 %	0 %
k_1a (N= 6)	0% (+17%)*	66%	(33 %)	100 %	0 %	17 %	66 %	17 %
k_sa (N=10)	60%	30%	(20 %)	0 %	20 %	20 %	0 %	0 %
F_1+F_2 (N=28)	60%	7%	(0 %)	7 %	32 %	4 %	7 %	32 %

* Ces chiffres concernent les cas où la relation correcte est écrite mais se trouve contredite par ailleurs.

TABLEAU II.4

Taux d'apparition de différentes productions en fonction du type d'expression pour F_e et du type de présentation

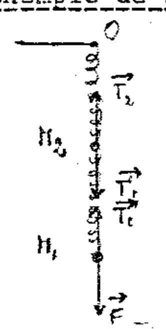
- Réseau D correspondant à $F_e = k_1a_1$, avec
  - les 2 relations interparties (85 à 100 %)
  - transmission directe de F pour expliquer "$T_1=T_2$" (80 % des cas exprimés).

Exemple de solution :

"On a transmission de F c'est la même force qui agit sur les 2 ressorts donc $F = k_1a_1 = k_2a_2$.
D'autre part a c'est l'allongement total, donc $a = a_1+a_2$..."
et l'élève poursuit en résolvant le système.

- Réseau A correspondant à $F_e = k_1a$ avec
  - la production "$T_1=T_2$" (83 %) mais dont la justification peut être de deux types : • soit par transmission directe, 50 % des cas exprimés. • soit en utilisant un équilibre au point M_2
  - une importance des équilibres localisés (17 % + 54 %)
  - un oubli des compositions additives d'allongements qui autorise à poser $a_1=10$ cm (la composition additive reparaît parfois en fin de solution mais l'élève ne surmonte pas la contradiction).

Exemple de solution :



"Equilibre en M_1
$F = T_1 = k_1a_1$ donc $F = 3 \times 10$* $= 30$ N

équilibre en M_2
$T_1' = T_2 = k_2a_2$

et comme $T_1 = T_1'$** $k_2a_2 = 30$ N $a_2 = 15$ cm***."

---

* il est sous-entendu par l'élève $a_1=10_{cm}$ alors qu'il faudrait écrire $a_1+a_2 = 10$ cm.

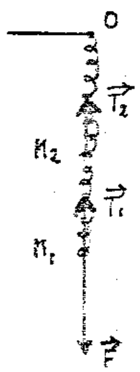
** l'écriture $T_2=F$ est donc obtenue en utilisant R_1 comme intermédiaire. On trouve des cas où la transmission est directe.

*** noter le caractère spatialement séquentiel de cette solution.

• Réseau C correspondant à $F_C = F_1+F_2$ avec :

- une prise en compte plus fréquente de $a = a_1+a_2$ (44 %) mais qui n'est pas systématique (la composition additive des forces n'est donc pas seulement conséquence de la composition additive des allongements)
- un taux relativement élevé de bilan global (44 %) qui vient remplacer une analyse en équilibre local (19 %)
- un taux relativement élevé de $F_1 = k_1 l_1$
- par contre on ne trouve presque plus de "$T_1=T_2$" et il y a disparition presque totale de la transmission directe.

<u>Exemple de solution</u> :



"
T_1 force de rappel du 1er ressort
T_2 " " 2èm ressort
F force que doit exercer l'expérimentateur ;
d'après la relation fondamentale de la dynamique $\vec{T_1}+\vec{T_2}+\vec{F} = \vec{0}$* (qui conduit après projection sur un axe vertical
à $F = T_1 + T_2$
$F = k_1 a_1 + k_2 a_2$

L'allongement total c'est l'allongement du 1er ressort plus l'allongement du 2ème**. "

---

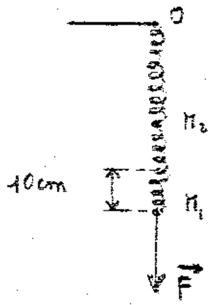
* parmi les forces présentes l'élève tend à sélectionner celles qui lui paraissent "efficaces" ; d'autre part notons que l'élève considère la relation fondamentale dans le cas de l'équilibre

** en général, la solution est bloquée pour le calcul de a_2.

• Réseau B correspondant à $F_C = k_s a$ avec :

- une prise en compte relativement élevée de "$a=a_1+a_2$" plus faible de "$T_1=T_2$"
- une analyse qui reste le plus souvent localisée en M_1
- un coefficient k_s en général égal à k_1+k_2 (70 %).

Exemple de solution :



Le ressort R_1 ne s'allonge pas de 10 cm ; c'est l'allongement total : R_1+R_2 qui s'allonge de 10 cm.
On sait que $F = k\ a$. La force totale des 2 ressorts est égale à $(2+3) \times 10 = 50$ N.*

* très souvent la solution est bloquée en ce qui concerne le calcul de a_2 (même si les 2 relations nécessaires paraissent être comprises).

Pour résumer cette étude des réseaux en présentation "transformation ", nous voyons apparaître certaines associations privilégiées de relations qui s'accompagnent parfois d'une occultation presque totale des autres relations. On peut donc dire que le mode de calcul de F_ε est un bon indicateur d'activation des schèmes. Remarquons que de telles associations ou de telles occultations n'ont a priori rien de prévisible. Ainsi il n'y a pas de raison a priori pour qu'un élève ayant écrit $F_\varepsilon = F_1+F_2$ ne puisse ensuite écrire $F_1=F_2$ alors qu'il lui manque une relation entre ces forces pour calculer a_2.

Si maintenant nous cherchons à préciser les réseaux dans la présentation "états", nous constatons que les fréquences d'association sont très voisines du cas "transformation", ce qui nous amène à conclure à une importante stabilité de la structure de ces réseaux. Ils dépendent de la présentation, non pas dans leur structure, mais dans leur probabilité d'apparition (cf. tableau II.1) : ainsi la présentation "transformation" favorise le réseau A tandis que la présentation "états" favorise le réseau C (les 2 autres réseaux B et D semblant moins dépendants de la forme de l'énoncé).

Il apparaît que les solutions dépendent effectivement de l'énoncé mais cette dépendance semble s'organiser à un niveau plus général que celui des opérations prises isolément ; entre l'énoncé et la solution on peut faire intervenir un élément intermédiaire dont la mise en place dépend de la présentation mais qui semble pouvoir ensuite déterminer la résolution en fonction de ses caractéristiques propres. La lecture correspond à cette phase intermédiaire au cours de laquelle une "représentation" du problème est mise en place à partir de l'énoncé ; nous n'entendons pas "représentation" dans le sens de construction d'un espace de problème mais de dégagement d'indices, de descripteurs, d'aspects privilégiés à partir desquels s'amorce la solution. Pour reprendre une expression de Reif, cette "représentation" constitue la "description utile" du problème, à partir de laquelle vont être activés un certain nombre de schèmes. Seulement, la description utile du "novice" ne présente pas les mêmes caractères que celle de "l'expert" ; en particulier elle peut se focaliser sur certains aspects au détriment de l'ensemble et par conséquent introduire dans la manipulation des schèmes des erreurs dues à une mauvaise interprétation des conditions d'application. Il apparaît en tout cas que certaines lectures sont suffisamment déterminantes pour que lorsqu'elles sont mises en place la solution puisse s'affranchir de la forme même de l'énoncé.

4. Réseaux et lecture correspondante

Nous allons maintenant essayer de dégager les éléments caractéristiques des lectures correspondant à chaque réseau et d'en inférer les schèmes activés.

• Réseau A (n'existant pratiquement qu'en présentation "transformation")

La lecture de l'énoncé paraît centrée sur l'aspect transformationnel en privilégiant le rôle des déplacements. Cependant cette transformation paraît envisagée de proche en proche et les aspects locaux sont privilégiés au détriment de l'organisation géométrique. La force exercée par l'agent extérieur est interprétée en tant que cause de la transformation. Les schèmes activés sont principalement les suivants :

. "relier F_e aux modifications spatiales du système", d'où l'application de la formule "$F_e = k_1 a_1$", mais où a_1 est interprété comme déplacement du point M_1 uniquement sans se soucier de ce qui arrive à l'autre extrémité du ressort R_1 ; en appelant $D(M_1)$ et $D(M_2)$ les déplacements des points M_1 et M_2, on voit que la formule correcte

$F_e = k_1\left[D(M_1)-D(M_2)\right]$ devient $F_e = k_1 D(M_1)$. Il y a focalisation sur le point M_1 au détriment de l'ensemble ;

. "relier l'allongement de R_2 à la force qui s'exerce sur lui" qui à son tour active le schème "trouver une relation entre la force exercée par l'extérieur et la force agissant sur R_2". Ce dernier schème peut se retraduire par deux méthodes : soit par l'écriture d'une transmission directe de Fe, soit par une succession d'actions-réactions retraduites sous forme d' "équilibres" localisés.

• Réseau B

La lecture de l'énoncé privilégie l'analogie entre ce système composé et un ressort unique.
Les schèmes activés sont principalement :

. "trouver F_e connaissant l'allongement" qui, à son tour, active le schème "trouver k, raideur du ressort composé". L'idée la plus évidente semble alors de retraduire la composition des ressorts par une composition additive des raideurs soit $k = k_1+k_2$.

• Réseau C (plus fréquent dans la présentation "états")

La lecture de l'énoncé paraît centrée sur l'équilibre du système et les longueurs sont perçues plus facilement que les allongements. Les ressorts étirés ont une tendance à reprendre leur longueur à vide mais la force exercée par l'agent extérieur s'y oppose.
Les schèmes activés sont principalement :

. "relier F_e aux tensions des ressorts". Ceci s'accompagne de la mise en place d'un "principe" d'action-réaction sous une forme globale : la force dans un sens s'oppose à toutes les tendances internes en sens contraire, sans qu'il soit tenu compte des localisations et des équilibres internes - si bien que ce schème tend à nier implicitement le principe d'action-réaction sous sa forme locale ;

. "calculer la tension d'un ressort à partir de son aspect géométrique". Il en résulte l'application de la formule F = ka mais dans certains cas a est retraduit comme étant la longueur du ressort et non son allongement (différence entre sa longueur réelle et sa longueur à vide).

• Réseau D

La lecture de l'énoncé est ici plus complète, permettant une relativisation des aspects privilégiés précédemment ; les aspects dynamiques s'articulent avec les aspects géométriques et le rappel des schèmes se fait de manière compatible avec un traitement formel cohérent des relations correspondantes.

5. Conclusions

L'étude des solutions apportées à ces problèmes sur les ressorts nous a permis de montrer qu'il est possible d'interpréter les solutions en considérant qu'une lecture particulière de l'énoncé privilégie plus ou moins certains aspects pour activer préférentiellement certains schèmes ; les connaissances alors apparaissent de façon associée en s'accompagnant parfois d'erreurs et d'oublis. Ainsi certaines lectures paraissent privilégier l'aspect transformationnel en même temps que des aspects localisés, tandis que d'autres envisagent l'équilibre et privilégient des aspects plus globaux et donc non localisés.

Il est encore trop tôt pour énoncer avec précision les éléments déterminant telle ou telle lecture, mais on constate dès maintenant une remarquable stabilité des caractéristiques de ces modes de lectures, quel que soit l'énoncé qui leur a donné naissance et ceci bien qu'il y ait une probabilité différente de mise en place pour chaque type d'énoncé. D'autre part, il existe deux lectures tout à fait particulières (A et C) où l'aspect temporel retenu paraît réagir fortement sur le mode d'analyse spatial. Il est remarquable de noter qu'un élève peut basculer d'une lecture à l'autre mais sans réussir à articuler ces deux lectures. L'interview cité en annexe permet d'observer de tels basculements : une relation dégagée dans une phase se trouve complètement "oubliée" dans une autre.

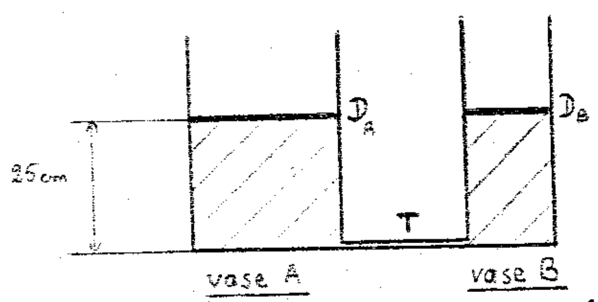
Compte tenu de ces deux lectures possibles et souvent exclusives la même grandeur physique peut correspondre à deux grandeurs significativement différentes pour l'élève : ainsi on peut distinguer entre la force cause de mouvement et la force équilibrant des tendances internes. La première "force" est influencée par le mouvement lui-même : proportionnalité entre force et déplacement, mise en place d'une transmission qui peut parfois apparaître comme la conséquence d'une suite d'action-réactions locales. L'autre notion apparaît principalement comme équilibrant toutes les tendances en sens opposé ; le principe d'action-réaction est alors considéré d'un point de vue global et nullement local. La représentation de la force n'existe pas a priori ; elle dépend de l'énoncé et de la lecture qui en est faite. On retrouve ici ce fait mentionné dans l'introduction : certaines grandeurs voient leurs propriétés dépendre des conditions d'utilisation...

III. EXERCICES SUR UN SYSTEME DE DEUX VASES COMMUNICANTS

1. Enoncés et analyse de la tâche

Les deux types d'énoncés "transformation" ou "états" sont indiqués ci-dessous.

Enoncé Vases "communicants-transformation"



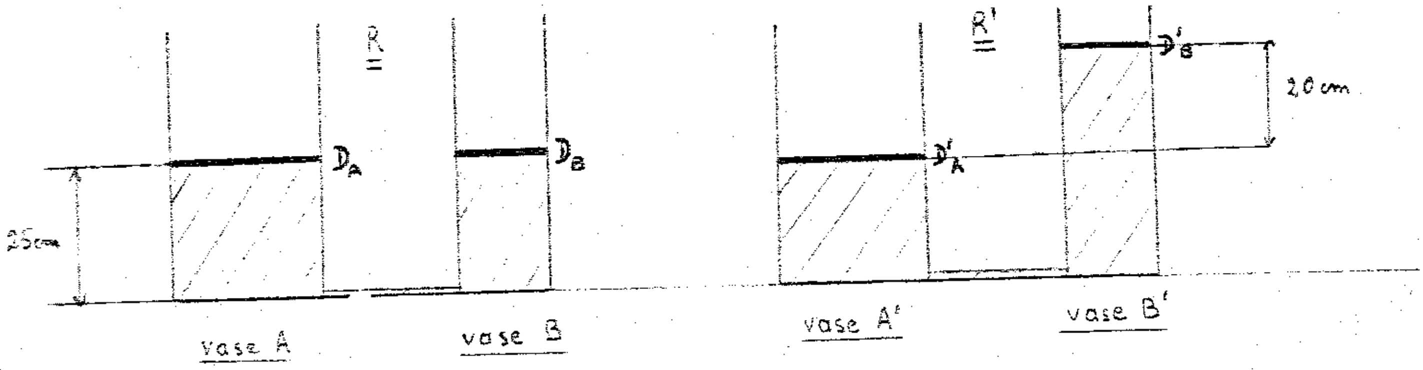
Un récipient se compose de 2 vases cylindriques A et B, de section S_A=300 cm^2 et S_B = 100 cm^2, reliés par un tuyau T. Ce récipient contient de l'huile maintenue entre 2 disques D_A et D_B. Ces disques ont exactement même section que les vases, de sorte qu'aucun liquide ne peut passer entre le disque et les parois du vase. Ils peuvent cependant se déplacer verticalement sans frottement. Initialement, les disques sont au même niveau.

On rajoute de l'huile au-dessus de D_A :

Cette huile exerçant une poussée sur D_A, on constate que les 2 disques ne sont plus à la même hauteur. Lorsque la différence de hauteur entre les 2 disques est de 20 cm, de combien s'est déplacé le disque D_B et quel a été le volume d'huile rajoutée ?

Enoncé Vases communicants-états

Deux récipients identiques R et R' se composent de 2 vases cylindriques reliés par un tuyau, A et B pour R, A' et B' pour R'. On donne les sections de ces vases $S_A = S_{A'} = 300$ cm^2 et $S_B = S_{B'} = 100$ cm^2. Chaque récipient contient le même volume d'huile colorée maintenue entre 2 disques : D_A et D_B pour R, $D_{A'}$ et $D_{B'}$ pour R'.



Dans le récipient R, les disques D_A et D_B sont au même niveau.
Dans le récipient R', il y a au-dessus de $D_{A'}$ de l'huile de même densité, mais incolore et invisible sur la figure, et on constate qu'il existe entre les 2 disques $D_{A'}$ et $D_{B'}$ une différence de hauteur de 20 cm.
Les 2 récipients étant posés sur une même table horizontale, quelle est la différence de hauteur entre $D_{B'}$ et D_B et quel est le volume d'huile au-dessus de $D_{A'}$?

Commençons par rappeler les relations de base nécessaires pour fournir une solution. Nous appellerons :

V_e le volume rajouté

ΔV_a, ΔV_b les variations/différences de volume dans les vases A et B entre les 2 états

ΔH_a, ΔH_b les variations/différences de hauteur des disques D_A et D_B entre les 2 états

H la différence d'altitude entre les disques dans l'état final.

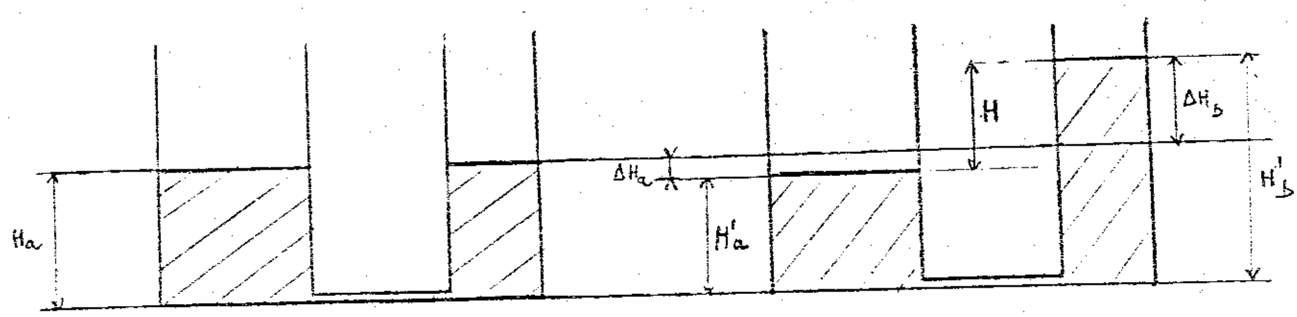
Les relations de base sous-jacentes aux problèmes sont les suivantes :

. relations caractéristiques $\begin{cases} \Delta V_a = S_a \Delta H_a \\ \Delta V_b = S_b \Delta H_b \end{cases}$

. relations interparties $\begin{cases} \Delta V_a = \Delta V_b & \text{qui retraduit la conservation du volume} \\ H = \Delta H_a + \Delta H_b & \text{composition des variations de hauteur} \end{cases}$

et aussi l'expression de V_e soit $V_e = HS_a$ qui nécessite la prise en compte du principe des vases communicants : les niveaux extrêmes ont même altitude dans les deux vases.

Les exercices consistent à chercher V_e et ΔH_b en fonction des données S_a, S_b et H.



On retrouve donc une structure semblable à celle des énoncés sur les ressorts. Cependant il existe aussi quelques différences. Tout d'abord au lieu de $F = T_1 = T_2$ qui se retraduirait ici par $V_e = \Delta V_a = \Delta V_b$, on a $V_e = HS_a$; il n'y a plus identité entre V_e et $\Delta V_a / \Delta V_b$, V_e doit être calculé en faisant intervenir le principe des vases communicants ; c'est-à-dire que le calcul de V_e devient indépendant du calcul de ΔH_b (alors que pour les ressorts les calculs de F_e et de a_2 étaient liés).

D'autre part, les relations de base peuvent toutes revêtir un caractère très géométrique alors que dans le cas des ressorts intervenaient des relations à caractère géométrique mais aussi des relations entre forces.

Enfin nous avons écrit les relations de base en privilégiant les variations/différences. Il est cependant possible de résoudre ces problèmes en considérant successivement chacun des états et en explicitant la conservation du volume total entre les deux disques.
Ce calcul en état est possible parce qu'on décrit l'ensemble du système - en particulier en précisant la hauteur initiale dans les vases - et comme il s'agit de vases cylindriques le volume est proportionnel à la hauteur. La tension d'un ressort, elle, fait intervenir la différence entre la longueur et la longueur à vide, c'est-à-dire déjà deux états. Il en résulte que la différence de niveau demandée peut être trouvée d'une manière indirecte en calculant la hauteur du disque D_B dans l'état final soit H'_b, puis en faisant la différence $H'_b - H_b$: nous appellerons ceci un calcul en état, par opposition au calcul direct de ΔH_b ou calcul variationnel. Dans ce cas les relations caractéristiques s'écrivent :

$$\begin{cases} V_a = H_a S_a \text{ et } V'_a = H'_a S_a \\ V_b = H_b S_b \text{ et } V'_b = H'_b S_b \end{cases}$$

H_a et H'_a représentent la hauteur du disque D_A dans l'état initial et dans l'état final et de même pour H_b et H'_b.
En ce qui concerne les relations interparties, on trouverait :

$$\left.\begin{array}{l} V_t = V_a+V_b \\ V'_t = V'_a+V'_b \end{array}\right\}$$ exprimant le volume total entre les deux disques (on néglige le volume du tuyau),

suivi de $V_t = V'_t$ exprimant la conservation du volume ; ce qui donne $V_a+V_b = V'_a+V'_b$.

$$\left.\begin{array}{l} H_a = H_b = 25 \text{ cm} \\ H'_a = H'_b-H \end{array}\right\}$$ sont alors les relations entre les hauteurs.

L'utilisation de ces relations et des précédentes permet de calculer H'_b et d'en déduire H_b.

Nous sommes donc ici dans un cas où dès l'analyse de la tâche on ne peut définir de façon unique un espace de problème.

Ces exercices ont été proposés à 30 élèves de 2ème C, 64 élèves de 2ème T, 27 élèves de 1ère D. Nous avons recueilli 62 solutions en présentation "transformation" et 59 solutions en présentation "états". Là encore, la similitude d'ensemble des résultats d'une population à l'autre nous a conduits à regrouper ceux-ci.

2. Relations produites et influence de la présentation sur les fréquences

2.1. Expression de V_e

Les principales relations utilisées pour exprimer le volume V_e sont

. $V_e = \Delta H_a . S_a$ et/ou $\Delta H_b . S_b$

Cette relation revient à identifier le volume rajouté avec un volume déplacé.

. $V_e = H . S_a$ qui est l'expression correcte.

	"Transformation" (N=62)	"Etats" (N=59)
$V_e = S_a \Delta H_a / S_b \Delta H_b$	39 %	19 %
$V_e = S_a \quad H$	11 %	51 %
Autres	13 %	3 %
Sans solution	37 %	27 %
	100 %	100 %

TABLEAU III.1

Relations utilisées pour exprimer le volume au-dessus du disque D_A

On voit l'influence de l'énoncé sur le mode de calcul de V_e ; la présentation "transformation" tend à provoquer un glissement vers le mode $V_e = \Delta H_a S_a$, c'est-à-dire que le principe des vases communicants se trouve caché par autre chose. On peut penser que la transformation s'accompagne d'un renforcement d'une lecture causale interprétant le volume rajouté comme cause du déplacement. Relier ces 2 grandeurs par une relation de proportionnalité rejoint ce que nous avons déjà vu à propos des ressorts, lorsque l'élève écrit $F = [k_1 \bullet$ (déplacement de l'extrémité)$]$ au lieu de $F = [k_1 \bullet$ (allongement de R_1)$]$.

2.2. Relations interparties

Nous cherchons ici à savoir si les propriétés de conservation du volume et de composition géométrique des hauteurs sont écrites et utilisées correctement. La première correspond soit à $\Delta V_a = \Delta V_b$ soit à $V_t = V_{t'}$; la seconde correspond à $\Delta H_a + \Delta H_b = H$ ou bien dans un calcul en état à $H'_a = H'_b - H$.

	"Transformation " (N=62)	"Etats" (N=59)
Relation de conservation* du volume	34 % (+ 13 %)	41 % (+ 2 %)
Composition* des hauteurs	44 % (+ 11 %)	53 % (+ 2 %)
Les deux à la fois	23 % (+ 11 %)	30 % (+ 2 %)
Solution correcte au calcul de ΔH_B	23 %	30 %

* y compris les cas où les deux relations sont fournies

TABLEAU III.2

Expressions correctes des relations interparties

Nous indiquons entre parenthèses le cas de relations écrites mais contredites par ailleurs.

On constate qu'un changement de présentation ne modifie guère la fréquence d'apparition d'une relation.

En fait, comme nous le disions plus haut (§ III.1), ces 2 relations ont un caractère géométrique marqué, ce qui peut expliquer la faible influence de la présentation temporelle de l'énoncé. La composition des hauteurs se trouve légèrement favorisée dans les deux présentations, par rapport à la conservation du volume ; on peut interpréter cela en remarquant que cette composition ne fait intervenir que des variables à 1 dimension (hauteur ou déplacement) tandis que l'autre relation fait intervenir des volumes où se trouvent concernées des hauteurs mais aussi des sections, souvent "oubliées".

En revanche, la forme de l'énoncé paraît modifier le déroulement du traitement puisqu'en présentation "transformation", les relations dégagées sont assez souvent contredites (environ 1/3 des cas) dans la suite de la solution. Voici un exemple :
L'élève, ayant perçu un transfert de volume écrit $S_a \Delta H_a = S_b \Delta H_b$ mais continue en remplaçant ΔH_b par H ; de là il résulte un calcul simple : $\Delta H_a = \frac{S_b}{S_a} H$. Arrivé à ce point, l'élève (re)calcule ΔH_b en utilisant $\Delta H_b = H - \Delta H_a$.

Il y a donc d'abord utilisation de la conservation du volume, sans que soit respectée la composition géométrique des hauteurs, puis retour à cette composition géométrique qui aboutit à un résultat incompatible avec la conservation du volume. Ceci nous montre à nouveau qu'il est insuffisant de considérer la solution comme le résultat d'une succession de 2 phases distinctes (mises en place des relations puis traitement formel). Il se produit plutôt une mise en place progressive des relations ; à partir de la lecture il y a activation de schèmes jusqu'à ce qu'un calcul soit possible, puis en fonction des résultats de cette phase et de ce qu'on désire atteindre, d'autres schèmes sont activés (mais sans que l'élève réalise qu'ils étaient déjà nécessaires dans la première étape...).

Ces basculements d'une relation à l'autre en cours de traitement se produisent surtout en "transformation" à partir de l'erreur $\Delta H_b = H$. Cette erreur correspond à une transformation d'une grandeur d'état H (différence de niveaux entre les 2 disques dans l'état final) en une variation/différence ΔH_b (différence de niveaux d'un même disque dans deux états). On constate que ce glissement est affecté par la présentation puisqu'il se produit avec une "fréquence" de 39 % en "transformation" contre 15 % en "états".

2.3. Influence de la présentation sur le type de calcul de la variation/différence de hauteur du disque D_B

Nous avons vu précédemment la possibilité de 2 grands types de calcul pour calculer ΔH_b :

- un calcul direct variationnel
- un calcul indirect en état cherchant d'abord à exprimer H'_b.

On classe les solutions dans l'une ou l'autre catégorie suivant que se trouve d'abord exprimé ΔH_b ou H'_b.

	"Transformation"	"Etats"
Calcul variationnel	86 %	46 %
Calcul en état	8 %	30 %
Pas de solution	6 %	24 %

TABLEAU III.3

Type de calcul de la variation/différence de hauteur du disque D_B

On constate une prédominance du calcul variationnel mais qui est tout de même bien moins marquée en présentation "états". On remarque aussi le très faible pourcentage de calcul en état dans la présentation "transformation". On peut donc dire qu'une présentation en transformation impose presque le calcul variationnel tandis qu'une présentation en "états" n'impose pas un calcul en état : il y a en quelque sorte possibilité de reformulation de l'énoncé.

2.4. Résumé

Rappelons ici les principaux résultats obtenus dans ce paragraphe.

. Le calcul de V_e est influencé par la présentation.

. La fréquence des relations interparties est beaucoup moins influencée par la présentation ; cependant en transformation il se produit une confusion entre une variable d'état (H) et une variation de niveau (ΔH_b).
Ce"détournement"en cours de traitement aboutit à un basculement entre les deux relations interparties.

. Le calcul de la variation/différence de hauteur se fait préférentiellement par un calcul direct (variationnel), même en présentation "états".

3. Etude des réseaux et analyse de leurs caractéristiques

Dans la recherche des associations nous n'allons pas procéder en partant du type de calcul de V_e ; en effet, contrairement au cas des ressorts, les calculs de V_e et ΔH_b sont indépendants a priori, le calcul correct de V_e ne nécessite que le rappel du principe des vases communicants ; bien que son calcul soit affecté par la présentation il ne paraît pas devoir être le meilleur indicateur d'éventuelles associations. Nous prendrons plutôt comme indicateur le type de calcul de ΔH_b et nous chercherons si un type de calcul privilégie certaines opérations, considérant d'abord celles utilisées pour le calcul de ΔH_b, puis celle utilisée pour le calcul de V_e.

Nous envisagerons les productions suivantes (cf. : tableau III.4) :

. La relation exprimant la conservation du volume ; ainsi que la relation correspondant à une symétrisation des 2 niveaux (qui s'écrit $\Delta H_a = \Delta H_b$ et qui correspond donc à un oubli du rôle joué par les sections (colonnes 1 et 2).

. La relation exprimant la composition des hauteurs ou variations ; ainsi que les cas où la grandeur H se trouve réinterprétée en tant que variation (ΔH_a ou ΔH_b = H) (colonnes 3 et 4).

. Le calcul du volume total V_t (colonne 5).

. Les cas où V_e est calculé avant ΔH_b, ce qui correspond à une interversion par rapport à l'ordre des questions posées (la relation qui se trouve alors produite pour le calcul de V_e est en général la relation correcte) (colonne 6).

. Les opérations utilisées pour exprimer V_e (colonnes 7, 8 et 9).

	(1) Conservation du volume	(2) $\Delta H_a = \Delta H_b$ Oubli des sections	(3) Composition des hauteurs	(4) $H = \Delta H_a / \Delta H_b$ H transformé en variation	(5) Calcul du volume total entre les disques	(6) Calcul de V_e avant ΔH_b	(7) Calcul de V_e : $S_a \Delta H_a / S_b \Delta H_b$	(8) Calcul de V_e : $S_a H$	(9) Calcul de V_e : Pas de réponses (et autres)
"<u>Transformation</u>"									
Calcul en état (N = 5)	60 %	0 %	20 %	40 %	60 %	20 %	20 %	20 %	60 %
Calcul variationnel (N = 53)	36 % (+15%)	30 %	51 % (+13%)	34 %	6 %	4 %	40 %	9 %	51 %
"<u>Etats</u>"									
Calcul en état (N = 18)	78 %	0 %	78 %	0 %	83 %	28 %	0 %	67 %	33 %
Calcul variationnel (N = 27)	37 % (+4%)	22 %	63 % (+ 4%)	34 %	26 %	26 %	33 %	50 %	17 %

(Les chiffres entre parenthèses correspondent au cas où une relation est écrite mais contredite par ailleurs).

TABLEAU III.4

Taux d'apparition de différentes productions en fonction du type de calcul de ΔH_b

A la lecture de ce tableau, nous constatons que les pourcentages associés à un type de calcul peuvent être influencés par le type de présentation. Nous ne retrouvons pas ici un fait remarquable observé dans le cas des ressorts : l'existence d'associations de relations largement indépendantes du type d'énoncé et dont seule la fréquence d'apparition globale est sensible à la présentation. Nous allons cependant montrer que derrière ces fluctuations se cachent quelques régularités.

Considérons d'abord les relations interparties (colonnes 1 à 4).

. En ce qui concerne le calcul variationnel, nous voyons peu de différences entre les deux présentations sauf en ce qui concerne le taux de basculement (chiffres entre parenthèses) qui est plus faible en présentation "états".

. En ce qui concerne le calcul en état on observe une différence surtout en ce qui concerne la composition des hauteurs. En présentation "transformation", cette relation s'efface au profit d'une retraduction variationnelle de la grandeur d'état H ; par exemple :
"H_a = 25 cm $\rightarrow$ H'_a = 5 cm (l'élève sous-entend ici que ΔH_a vaut donc 20 cm)
donc V'_a = 5 x 300 = 1500 cm^3.
Avant il y avait en tout 25 x 300 + 25 x 100 = 10000 cm^3, donc
V'_b = 8500 cm^3 , H'_b = 85 cm et le déplacement du disque B est 60 cm".
Par contre, nous voyons que le calcul en état s'accompagne dans la présentation "états" d'une mise en oeuvre correcte des 2 relations s'appuyant le plus souvent sur une analyse des deux schémas proposés. Remarquons aussi que le calcul en état ne s'accompagne jamais de l'oubli du rôle des sections (contrairement au calcul variationnel).

Regardons maintenant ce qu'il en est pour le calcul de V_e (colonnes 7 à 9).
Là encore les pourcentages ne restent pas stables pour un calcul donné d'une présentation à l'autre.

. En ce qui concerne le calcul en état le tableau suivant permet de clarifier les données.

Calcul de V_e / Type de présentation	$S_a \Delta H_a / S_b \Delta H_b$	$S_a H$	Pas de réponses (et autres)
"transformation" (N=5)	20 %	20 %	60 %
"états" (N=18)	0 %	67 %	33 %

TABLEAU III.5

Relations utilisées pour le calcul de V_e en fonction de la présentation, dans le cas du calcul en état de ΔH_b.

Nous voyons ainsi que ce mode de calcul s'accompagne rarement de la relation $V_e = S_a \Delta H_a$, mais se trouve fortement associé en présentation "états" avec la solution correcte.

. En ce qui concerne le calcul variationnel, nous donnons le tableau correspondant au précédent :

Calcul de V_e / Type de présentation	$S_a \Delta H_a / S_b \Delta H_b$	$S_a H$	Pas de réponses (et autres)
"transformation" (N=53)	40 %	9 %	51 %
"états" (N=27)	33 %	50 %	17 %

TABLEAU III.6

Relations utilisées pour le calcul de V_e en fonction de la présentation dans le cas du calcul variationnel de ΔH_b

Nous retrouvons ici un très net renforcement de l'expression correcte en présentation "états". Cependant ce renforcement s'opère principalement aux dépens du pourcentage des "pas de réponses (et autres)", tandis que le pourcentage d'expressions du type $S_a \Delta H_a$ reste relativement stable.

Le renforcement de la relation correcte dans la présentation "états" nous paraît lié au fait que cette présentation favorise d'emblée la perception d'indices géométriques liés aux états du système. Ceci est d'ailleurs confirmé par les colonnes 5 et 6 ; en effet le calcul du volume total et la priorité accordée au calcul de V_e (qui est alors exprimé sous forme correcte) se trouvent renforcés par la présentation en états, indépendamment du type de calcul, alors qu'ils nécessitent d'accorder une priorité aux grandeurs géométriques d'états. On peut dire que l'énoncé en "états" suggère davantage d'indices que l'énoncé en "transformation" : ce qui s'accompagne d'une diminution remarquable des "pas de réponses".

Pour ce qui est de l'association de l'expression $V_e = S_a \Delta H_a$ avec le calcul variationnel, on remarque qu'elle est encore plus stable quand on ne considère que les solutions où les questions ont été traitées dans l'ordre, c'est-à-dire que ΔH_b a été calculé avant V_e.

Type de présentation	Nombre de solutions où ΔH_b est calculé avant V_e (1)	$V_e = S_a \Delta H_a / S_b \Delta H_b$	$V_e = S_a H$	Pas de réponses (et autres)
"transformation" (N=53)	51	23 (45%)	4 (8%)	24 (47%)
"états" (N=27)	20	9 (45%)	7 (35%)	4 (20%)

TABLEAU III.7

Relations utilisées pour le calcul de V_e après qu'ait été donnée une valeur de ΔH_b dans le cas du calcul variationnel de ΔH_b

(Les pourcentages indiqués sont calculés par rapport au nombre de la colonne (1))

On note en effet que pour les 2 présentations le même pourcentage de sujets (45 %) qui utilisent un calcul variationnel écrivent ensuite $V_e = S_a \Delta H_a$, occultant ainsi totalement le principe des vases communicants. On a donc là un exemple très net où un mode de calcul s'accompagne d'une tendance à occulter le rappel d'une connaissance correcte.

Résumé

Il n'est donc pas possible de mettre en évidence des réseaux privilégiant fortement des associations de productions et présentant une forte stabilité par rapport au type de présentation de l'énoncé. Ceci est particulièrement vrai pour le réseau associé au mode de calcul état à propos des glissements $H \rightarrow \Delta H_a$ en présentation "transformation" ; c'est encore le cas pour les deux modes de calcul à propos du volume rajouté, qui est exprimé plus souvent par la relation correcte $V = S_a H$ en présentation "états".

On peut cependant observer que le type de calcul variationnel de ΔH_b est associé d'une façon relativement stable avec un type d'expression pour le calcul de V_e, à savoir $V_e = S_a \Delta H_a$.

4. Interprétation et lectures

S'il n'y a pas de réseaux bien stables et d'associations bien marquées, c'est que l'activation se fait à plusieurs niveaux et que par conséquent les lectures ne se font pas d'une façon unique et décisive. Ce fait, que nous tenterons d'interpréter plus loin, ne nous autorise qu'à définir des lectures extrêmes, c'est-à-dire n'accordant de l'importance qu'à un type d'indice : soit uniquement des indices d'état, soit uniquement des indices variationnels considérés sous un aspect transformationnel.

1 - Lecture transformationnelle

Les indices privilégiés sont les déplacements. Le volume rajouté est interprété comme cause de la transformation. Sont privilégiés des aspects locaux au détriment de l'organisation géométrique et la transformation est envisagée comme une séquence de déplacements. Il s'agit donc d'une lecture dynamique et causale et le calcul de ΔH_b sera bien sûr variationnel.

Les schèmes activés sont principalement :

. "trouver une relation entre le déplacement des 2 disques" : l'idée de la transmission paraît antérieure à la mise en place d'une réelle conservation du volume, ainsi au lieu de $S_a\Delta H_a = S_b\Delta H_b$, on trouve assez souvent $\Delta H_a = \Delta H_b$ (l'idée de la transmission privilégiant un modèle unidimensionnel).

. "trouver une relation entre le volume rajouté et les déplacements" : il y a ici la recherche d'une relation entre la cause et l'effet perceptible ; la pratique la plus répandue est d'introduire une relation de proportionnalité d'où $V_e = S_a\Delta H_a$. Nous retrouvons ici quelque chose que nous avons déjà rencontré dans les exercices sur les ressorts, à savoir une proportionnalité dans le cas d'une lecture transformationnelle, entre la force exercée par l'expérimentateur et le déplacement de l'extrémité du ressort, premier effet perceptible...

En ce qui concerne les schèmes à caractère purement géométrique, ils ne seraient pas activés par cette lecture ; c'est le cas de la composition des déplacements $H = \Delta H_a + \Delta H_b$ car la grandeur H, grandeur d'état, est dans une telle lecture retraduite en variation locale, d'où $H = \Delta H_a$ ou ΔH_b, aux dépens de la composition.

2 - Lecture en état

Les indices privilégiés sont les grandeurs caractéristiques d'un état : les hauteurs, le volume total. Il n'y a pas considération du mouvement mais simple comparaison entre deux états. Le volume rajouté est vu sous son aspect géométrique. Il s'agit donc d'une lecture statique et géométrique où le calcul de ΔH_b se fait de façon indirecte.

Les schèmes activés sont principalement :

. "trouver le volume extérieur en fonction de la différence de niveaux entre les deux disques" : quand le sujet a bien vu qu'il s'agit d'huile de même densité, il en déduit l'identité d'altitude des niveaux supérieurs (principe des vases communicants), d'où la hauteur d'huile rajoutée et son volume.

. "trouver le volume compris entre les 2 disques" : ceci est facile en utilisant les données correspondant à l'état initial.

. "déduire du volume total compris entre les disques la hauteur H_b'". On utilise alors la conservation du volume $V_{t'} = V_t$ et la composition des hauteurs. Ceci peut se faire séquentiellement car chaque relation peut s'appliquer immédiatement dans une séquence numérique et ne nécessite pas d'être manipulée en même temps que l'autre dans un système d'équations, ainsi il n'y a pas de raison de préférer une relation à l'autre (cf. tableau III.4, ligne 3, colonnes 1 et 3).

Parmi les solutions observées, on peut effectivement en trouver qui correspondent à ces lectures extrêmes, mais un certain nombre correspondent aussi à un mélange. De sorte que toute solution variationnelle n'est pas forcément totalement transformationnelle et que certaines solutions en états peuvent se colorer d'aspects transformationnels.

5. Récapitulation

Nous avons trouvé avec ces exercices sur les vases communicants quelques résultats déjà obtenus avec les ressorts et d'autres différents.

Parmi les résultats communs, on note en particulier que la structure de l'exercice et les aptitudes de l'élève au traitement mathématique d'une telle structure ne sont pas les seuls facteurs déterminants dans la production des solutions ; d'une part les connaissances rappelées ne sont pas les mêmes en fonction des présentations - le principe des vases communicants tend à être occulté en présentation transformation - ; d'autre part, la solution paraît mise en place progressivement à partir de certains indices sans qu'il y ait toujours une cohérence mathématique au niveau de l'ensemble - ce qui pourrait être interprété comme une maladresse de calcul correspond en fait à un mécanisme de résolution bien plus stable où telle lecture particulière s'accompagne de l'activation de tels schèmes.

Dans ces problèmes de vases communicants qui présentent à priori un caractère géométrique important - une analyse géométrique est suffisante pour atteindre la solution - nous voyons apparaître une interprétation dynamique où l'activation des connaissances semble se faire en attribuant au volume ajouté un caractère causal. Il en résulte que l'activation de schèmes géométriques est biaisée par celle de schèmes dynamiques causaux : ainsi le volume rajouté au lieu de se calculer en utilisant les conséquences géométriques du principe des vases communicants se trouve parfois directement lié au déplacement d'un seul disque. Ce que nous avions déjà observé dans le cas des ressorts, à savoir, dans une lecture dynamique causale la proportionnalité entre force et déplacement, se retrouve donc ici, et paraît devoir se généraliser sous la forme d'une proportionnalité entre la grandeur considérée comme cause et un déplacement.
De fait, nous avons effectivement pu observer dans le cas de mesure de surpression à l'aide d'un baromètre en U le même type d'erreur : la surpression était mesurée non par rapport à la différence de hauteur de mercure entre les deux branches, mais par rapport au déplacement du mercure dans une des branches*. Une dernière caractéristique de ces lectures dynamiques est qu'il y a bien souvent un oubli de la composition additive des déplacements qu'on pourrait relier à une prédominance des indices locaux (déplacement de l'extrémité du ressort, déplacement du disque) sur les indices géométriques d'ensemble (allongement des ressorts, différence de niveau dans les <u>deux</u> vases communicants, les <u>deux</u> branches du tube en U). Il reste qu'une telle

---

* La confusion entre grandeur d'état (ou instantanée) et variation a aussi été remarquée en cinématique par E. Saltiel (1979) : confusion entre distance instantanée et distance parcourue.

lecture est, dans le cas des vases communicants, beaucoup moins exclusive que dans le cas des ressorts. On peut tenter d'expliquer cette différence en considérant la nature de l'agent extérieur : dans le cas des ressorts, il s'agit d'une force dont l'aspect causal est toujours présent - même s'il est compris de différentes façons suivant qu'il y a équilibre ou déplacement - et dont le contenu est nettement différent d'un objet géométrique ; l'énoncé n'intervient que dans une phase initiale pour orienter le point de vue causal retenu par le sujet. Au contraire dans le cas des vases communicants, le volume rajouté peut être considéré sous son aspect causal ou sous son aspect géométrique ; de sorte que même si une lecture transformationnelle peut mobiliser l'aspect causal du volume, la reconnaissance d'indices géométriques liés à un état peut dans la même solution mobiliser l'aspect géométrique du volume.

IV. EXERCICES SUR UN SYSTEME DE DEUX RESISTANCES EN PARALLELE

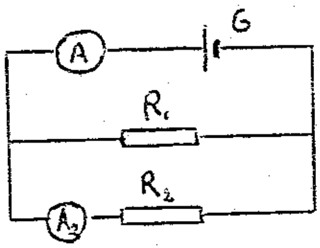
1. Enoncés et analyse de la tâche

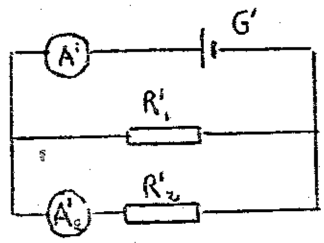
Avec le système de deux résistances nous quittons les domaines où les transformations correspondent à des modifications spatiales ; les grandeurs intervenant dans la description des parties sont maintenant la tension et l'intensité, c'est-à-dire des notions beaucoup moins directement perceptibles.

Les deux types d'énoncés sont rappelés ci-dessous.

Enoncé : Résistances parallèles - "états"

On considère les 2 circuits ci-dessous :





G et G' sont deux générateurs de résistance interne nulle

R_1, R_2, R'_1, R'_2 sont des résistances avec $R_1 = R'_1 = 200\,\Omega$

$R_2 = R'_2 = 300\,\Omega$

L'ampèremètre (A) indique une intensité de 0,5 A

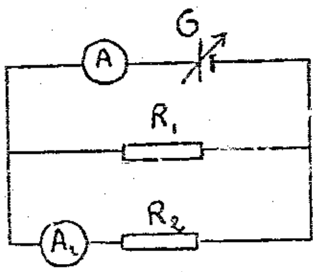
L'ampèremètre (A') indique une intensité de 0,6 A.

Quelle est la différence entre les intensités indiquées par (A'_2) et (A_2) ?

Quelles sont les tensions aux bornes des générateurs G et G' ?

Enoncé : Résistances parallèles - "transformation"

Dans le circuit ci-dessous :

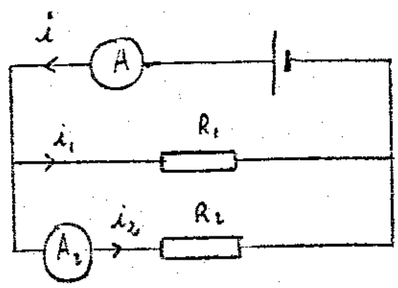


G est un générateur de résistance interne nulle et de f.e.m.E. L'expérimentateur peut faire varier E en tournant un bouton. R_1 et R_2 sont deux résistances valant respectivement $200\,\Omega$ et $300\,\Omega$.

Initialement l'ampèremètre A indique une intensité de 0,5 A. L'expérimentateur veut tourner le bouton de sorte que l'indication de (A) augmente de 0,1 A. De combien va croître l'indication de l'ampèremètre (A_2) ?

Quelle doit être la tension finale aux bornes du générateur ?

La solution s'appuie sur certaines relations que nous allons commencer par rappeler. Nous noterons u_1 et u_2 les tensions aux bornes des résistances et u_e la tension aux bornes du générateur ; i_1 et i_2 les intensités à travers les résistances et i l'intensité fournie par le générateur.



Relations caractéristiques $\begin{cases} u_1 = R_1 i_1 \\ u_2 = R_2 i_2 \end{cases}$

Relations interparties $\begin{cases} u_1 = u_2 = u_e \\ i = i_1 + i_2 \end{cases}$; (ceci suppose d'admettre que les ampèremètres sont parfaits) ; retraduisant la répartition du courant puisque les résistances sont en parallèle.

Les exercices consistent à calculer la variation/différence de i_2 (que nous noterons Δi_2) et la tension aux bornes du générateur.
En ce qui concerne le calcul de Δi_2 nous avons, comme dans le cas des vases communicants, 2 types de calcul, soit un calcul avec écriture des relations précédentes sous forme variationnelle, soit un calcul indirect consistant à chercher i_2', valeur de i_2 dans l'état final, et à calculer $i_2'-i_2$, ce que nous appellerons un calcul en état.

Ces exercices ont été proposés à 18 élèves de 1ère D, ainsi que 58 élèves de 1ère année d'une université d'agronomie belge (ce qui correspond à peu près à une Terminale D). Nous avons recueilli
43 solutions en présentation "transformation",
33 solutions en présentation "états".
Là encore les résultats, analogues pour les deux types de population, ont été regroupés pour l'analyse.

2. Relations produites et influence de la présentation sur les fréquences

2.1. Expression de u_e

On trouve pour u_e des expressions analogues à celles trouvées pour exprimer F_c dans le cas des ressorts :

- $u_e = R_1 i_1$ et/ou $R_2 i_2$ qui sont des expressions correctes
- $u_e = R_1 i$ qui est fausse, et qui s'apparente au cas précédent, par substitution de i à i_1
- $u_e = R_s i$ où R_s est un coefficient dépendant de l'inspiration de l'élève. Cette expression est correcte dans le cas où $R_s = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}$ (notion de résistance équivalente) mais dans un grand nombre de cas (environ 50 %), l'élève introduit R_s sous la forme R_1+R_2
- $u_e = u_1+u_2$ ou encore $u_e = R_1 i_1 + R_2 i_2$ qui sont des expressions fausses.

Le tableau suivant permet de comparer les pourcentages d'apparition des différentes relations. Les cas mixtes où apparaissent à la fois 2 types d'expression pour u_e y figurent à part (lignes 5 et 6).

		Présentation "transformation" N = 43	Présentation "états" N = 33
	$R_1 i_1 / R_2 i_2$	9 %	12 %
	$R_1 i$	5 %	3 %
	$R_s i$	32 %	25 %
	u_1+u_2	2 %	3 %
Cas mixtes	$R_s i$ et $R_1 i_1 / R_2 i_2$	21 %	24 %
Cas mixtes	$R_s i$ et u_1+u_2	5 %	3 %
	Sans réponse	26 %	30 %
		100 %	100 %

TABLEAU IV.1

Relations utilisées pour exprimer la tension aux bornes du générateur

On constate tout d'abord une certaine stabilité des pourcentages d'une présentation à l'autre ; ceci constitue une première différence avec les cas étudiés précédemment (voir Tableaux II.1, p. 29 et III.1 , p. 48). D'autre part, en comparant avec les pourcentages obtenus pour les expressions de F_e, il apparaît que les expressions majoritaires $F_e = k_1a$ et $F_e = F_1+F_2$ correspondent à des expressions $u_e = R_1i$ et $u_e = u_1+u_2$ largement minoritaires et que l'expression la plus souvent employée devient $u_e = R_si$.

De plus on peut remarquer un pourcentage bien plus élevé de cas mixtes, surtout dans l'énoncé en états, où de 5 % pour les ressorts on passe à 27 % ; ces cas mixtes diffèrent d'ailleurs de ceux obtenus dans le cas des ressorts par le fait que les 2 expressions utilisées pour u_e interviennent d'une façon complémentaire dans une même séquence de calcul et non, comme dans le cas des ressorts, en réponse à deux questions différentes.

Exemple :

"$u_e = (R_1+R_2)i = (200+300)\ 0{,}6 = 500\text{x}0{,}6 = 300$ V

suivi de $u_e = R_2i_2$ d'où $i_2 = \frac{300}{300} = 1\text{A}$."

Il apparaît donc que le choix d'une expression pour u_e n'est pas aussi exclusif que celui d'une expression pour F_e.

2.2. Relations interparties

Cherchons dans quelle mesure sont rappelées puis traitées correctement les relations de partage du courant $i = i_1+i_2$ et d'égalité de tension aux bornes des résistances (relations $u_1 = u_2$ ou $R_1i_1 = R_2i_2$).

	"Transformation" (N=43)	"Etats" (N=33)
$i=i_1+i_2$ *	40 %	33 %
$u_1=u_2$ * $(R_1 i_1=R_2 i_2)$	19%(+2%)	24 %
Les deux	9%(+2%)	12 %
Solution correcte au calcul de Δi_2	19 %	15 %
* y compris les cas où les 2 relations sont données à la fois.		

TABLEAU IV.2

Expressions correctes des relations interparties

(Les chiffres entre parenthèses correspondent à une relation correcte contredite dans le reste de la solution).

On constate d'abord que le changement de présentation a très peu d'influence sur les fréquences de rappel. On voit que la composition des intensités apparaît plus facilement que l'égalité des tensions et que cette prédominance n'est pas liée à une présentation particulière (bien qu'elle soit un peu plus marquée en présentation "transformation"). De toute façon, ces fréquences restent relativement faibles, surtout en ce qui concerne la fréquence d'apparition des deux relations à la fois ; le taux de réponse correcte au calcul de Δi_2 est d'ailleurs supérieur à celui de l'utilisation de ces 2 relations, ce qui correspond à l'existence de solutions où le sujet ne se préoccupe pas de ce qui se passe entre les 2 résistances et utilise directement la valeur correcte de R_s.

D'autre part on constate par comparaison avec les tableaux II.2 et III.2 une très nette diminution des cas de ruptures de formalisme, c'est-à-dire des cas où une relation écrite se trouve contredite par le reste de la solution (chiffres entre parenthèses). Et même si le résultat trouvé pour i_2 est supérieur à i il ne se produit pas de cas d'auto-contrôle.

2.3. Influence de la présentation sur le mode de calcul de Δi_2

Un calcul direct, variationnel, utilise directement la donnée $\Delta i = 0,1$ A, tandis qu'un calcul indirect (en état) utilise Δi pour en déduire i' et calculer i'_2 en fonction d'une analyse de l'état final.

Présentation	Calcul de Δi_2 en état	Calcul variationnel de Δi_2	Pas de réponses
"transformation"	44 %	44 %	12 %
"états"	64 %	21 %	15 %

TABLEAU IV.3

Fréquence des types de calcul de la variation/différence de i_2

On constate, en présentation "états", une nette prédominance du calcul en état . Ce type de calcul reste important même dans le cas de la présentation "transformation" ; c'est-à-dire que l'énoncé n'impose pas un type de représentation de la question posée : il se produit des reformulations avec une nette tendance à privilégier un calcul en état .

2.4. Résumé

On peut résumer ce paragraphe en rappelant :

- une influence de la présentation assez faible (presque inexistante au niveau des relations ; peu marquée au niveau du type de calcul de Δi_2),
- une prédominance d'un calcul de u_e utilisant la résistance équivalente, et des opérations sur ue moins exclusives que celles observées pour F_e ou V_e en mécanique.

	$i=i_1+i_2$	$u_1=u_2$	$i_1=i$	$i_2=i$	$i_2=u_e/R_2$	$u_e=R_s i$	Pas de réponse pour la valeur de u_e
"Transformation"							
Calcul en état (N=19)	37 %	26 %	10 %	0 %	58 %	74 %	16 %
Calcul variationnel (N=19)	53 %	10 % (+5%)	0 %	47 %	0 %	42 %	42 %
"Etats"							
Calcul en état (N=21)	43 %	33 %	10 %	20 %	33 %	52 %	29 %
Calcul variationnel (N=7)	14 %	0 %	0 %	86 %	0 %	29 %	71 %

TABLEAU IV.4

Fréquence des opérations en fonction du type de calcul de Δi_2

3. Etude des réseaux et analyse de leurs caractéristiques

Notre objectif est de chercher les opérations associées à une production particulière et de voir d'une part s'il existe des associations particulièrement marquées et, d'autre part, si ces associations sont stables d'une présentation à l'autre.

En nous inspirant de ce que nous avons vu pour les vases communicants, nous commençons par les opérations associées à un mode de calcul de Δi_2. Le tableau IV.4 précise la fréquence des opérations en fonction du type de calcul (page ci-contre).

Sans rentrer dans le détail de l'analyse, nous constatons que les fréquences ne sont pas en général très élevées et que dans les cas où elles sont effectivement importantes elles deviennent sensibles à la présentation. Ainsi le calcul variationnel qui paraît privilégier dans la présentation "états" l'erreur $i_2 = i$ par rapport à la répartition du courant $i = i_1+i_2$ (86 % contre 14 %), perd cette caractéristique dans la présentation "transformation" (47 % contre 53 %) ; ceci correspond d'ailleurs au léger renforcement de $i = i_1+i_2$ observé en transformation. Il en résulte que le mode de calcul ne détermine pas les relations utilisées et que c'est plutôt la forme de l'énoncé qui peut orienter vers une écriture variationnelle ou en état des relations utilisées.

Cherchons s'il est alors possible de trouver des opérations associées préférentiellement à un type particulier d'expression utilisée pour <u>le calcul de u_e</u> ; nous considérons les catégories

- $u_e = R_s i$, que nous noterons R_s
- nous regrouperons $u_e = R_1 i_1/R_2 i_2$ et $u_e = R_1 i$ dans une catégorie unique, à cause des faibles fréquences observées, que nous noterons $R_=$
- nous regrouperons les autres expressions dans une catégorie autre ou sans réponse.

Nous envisagerons le cas des productions suivantes :

- relation exprimant l'égalité des tensions aux bornes des deux résistances, soit $u_1=u_2$ ou $R_1i_1=R_2i_2$
- relation exprimant correctement la répartition de l'intensité dans les 2 branches, soit $i = i_1+i_2$; ainsi que le cas où cette relation n'est pas écrite et se trouve remplacée par $i_1=i$
- les différents types de solution utilisée pour calculer i_2 (ou Δi_2) à savoir

  • $i_2 = i$, tout simplement, c'est-à-dire que l'élève pense que c'est la même intensité à travers l'ampèremètre (A) et l'ampèremètre (A2)

  • $i_2 = u_e/R_2$, où u_e est la tension aux bornes du générateur précédemment calculée. Il y a report de la tension du générateur sur la résistance R_2

  • "répartition de courant" : utilisation de $i = i_1+i_2$ en même temps que $R_1i_1=R_2i_2$ ou toute autre relation (par exemple $i_1=i_2$)

  • toute autre méthode n'appartenant pas aux catégories précédentes ou l'absence de résultat.
- le pourcentage de calcul de Δi_2 du type variationnel,

Les résultats obtenus sont portés dans le tableau IV.5.

A la lecture de ce tableau, nous constatons des pourcentages relativement stables en ce qui concerne les lignes R_s et $R_=$ pour les deux présentations (sauf en ce qui concerne le type de calcul de Δi_2) : les réseaux correspondant à ces expressions sont donc relativement indépendants du type d'énoncé. En ce qui concerne la dernière ligne, les pourcentages d'apparition des relations $i = i_1+i_2$ et $i = i_2$ ne sont pas stables par rapport à la présentation ; cette instabilité ne doit pas surprendre puisqu'elle correspond à une catégorie ("autres") peu typée ; notons au passage que le renforcement de la relation $i = i_1+i_2$ observée en transformation (tableau IV.2) provient des mêmes cas que ceux observés dans cette catégorie.

productions envisagées / expressions pour calculer u_c	$i=i_1+i_2$	$u_1=u_2$	$i_1=i$	Calcul de $i_2/\Delta i_2$				Calcul variationnel de Δi_2
				$i_2=i$	$i_2=u_e/R_2$	Répartition de courant	Autres ou rien	
"Transformation"								
R_s^{*} (N=25)	32 %	8 %	4 %	20 %	36 %	28 %	16 %	32 %
R = (N= 6)	50 %	83 %	33 %	17 %	17 %	50 %	16 %	50 %
Autres (N=12)	58 %	8 %(+8%)	0 %	25 %	8 %	25 %	42 %	67 %
"Etats"								
R_s^{**} (N=17)	29 %	18 %	0 %	18 %	47 %	18 %	18 %	12 %
R = (N= 5)	80 %	80 %	20 %	20 %	20 %	60 %	0 %	0 %
Autres (N=11)	18 %	9 %	9 %	54 %	9 %	0 %	37 %	45 %

* dont 13 où $R_s = R_1+R_2$

** dont 9 " " .

TABLEAU IV.5

Fréquence des opérations en fonction de l'expression utilisée pour le calcul de la tension aux bornes du générateur

Nous allons maintenant essayer de caractériser les deux réseaux correspondant à R_s et $R_=$ et de donner quelques solutions illustrant ces réseaux.

• Réseau associé à $R_=$ (ce réseau peut être comparé aux réseaux A et D des ressorts).
- On trouve un pourcentage assez élevé de $u_1 = u_2$ et un autre un peu moins élevé en ce qui concerne $i = i_1 + i_2$; c'est-à-dire que la relation $u_1 = u_2$ apparaît privilégiée par rapport à $i = i_1 + i_2$
- Il subsiste quelques cas où $i = i_1 + i_2$ est remplacé par $i = i_1$ donnant lieu à un calcul "séquentiel" de i_2 par report de tension (voir exemple 1 ci-dessous). Mais ces cas restent assez rares.

<u>Exemples de solution</u>

<u>1er exemple</u> :

"La tension aux bornes de la résistance R_1 est égale à $R_1 i_1$, soit $200 \times 0,6 = 120$ V (i_1 est remplacée par i). Cette tension est la même qu'aux bornes de R_2 donc $i_2 = \frac{120}{300} = 0,4$ A...".
Il s'agit ici d'un exemple de calcul "séquentiel" par report de tension : dans un premier temps R_2 est oublié pour calculer u_1. Cette solution correspond aux solutions séquentielles observées en mécanique (surtout en présentation "transformation" - voir exemple page 37) ; mais elle apparaît ici avec une fréquence très faible (5 et 3 %).

2ème exemple :

"C'est la même tension aux bornes du générateur et des deux résistances $u_e = u_1 = u_2$. L'intensité indiquée par l'ampèremètre A se partage entre les deux résistances R_1 et R_2. On a donc $i = i_1+i_2$...".

- Réseau associé à R_s (à comparer avec le réseau B des ressorts).
- On constate que la relation $i = i_1+i_2$ apparaît plus fréquemment que la relation $u_1=u_2$ bien que la fréquence ne soit pas très élevée (c'est en quelque sorte l'inverse du cas précédent).
- En ce qui concerne le calcul de i_2, on voit que plusieurs types de solutions coexistent bien que la plus simple soit de reporter la tension du générateur aux bornes de R_2, ce qui conduit à trouver $i_2 = u_e/R_2$. Cette solution apparaît effectivement comme la plus fréquemment utilisée. Cependant on trouve aussi des solutions où i_2 est prise égale à i (avec des justifications du type
"i est le même partout"
"l'ampèremètre ne consomme pas de courant"),
ainsi qu'un certain nombre de solutions qui utilisent le partage du courant en y ajoutant soit la relation d'égalité des tensions, soit autre chose (par exemple l'idée que c'est la même intensité dans les 2 branches).

Exemples de solution

1er exemple :

"$R_1+R_2 = 200+300 = 500\,\Omega$; je trouve E = 500x0,6 = 300 V.
L'intensité indiquée par A_2 est celle qui traverse R_2 ; on a donc $i_2 = \frac{300}{300} = 1$ A".
Ici l'élève ne "voit" pas que cette intensité est supérieure à celle qui est fournie par le générateur.

2ème exemple :

$$"R_s = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} = \frac{200x300}{200+300} = \frac{60000}{500} = 120\,\Omega$$

donc $E = R_s i = 120 \times 0,6 = 72$ V.

L'intensité se partage entre les 2 résistances ; on a donc $i_2 = 0,3$ A*".

* Remarquons que i_2=0,3 A correspond à $i_2=i/2$.

En résumé si les réseaux dégagés présentent une relative stabilité en fonction de l'énoncé, on constate :

- d'une part que la probabilité de mise en place ne dépend pas du type d'énoncé et n'est pas influencée par la dimension temporelle
- d'autre part que dans ces réseaux, les associations apparaissent moins fortes que dans le cas des ressorts. Plus souvent qu'en mécanique, on observe des solutions différentes associées au même réseau.

En fait ni le type de calcul de Δi_2 ni le calcul de u_e n'apparaissent comme indicateur fiable de "rappel". Ceci constitue une différence importante par rapport aux exercices précédents, tout particulièrement par rapport aux ressorts ;

- il reste cependant que suivant les réseaux c'est soit l'une, soit l'autre, des relations interparties qui paraît privilégiée : partage du courant dans le cas du réseau R_s, égalité de tension dans le cas du réseau $R_=$.

4. Réseaux et lectures correspondantes

Dans la mesure où il n'est pas possible de dégager des groupes bien marqués de relations, il devient bien plus difficile de préciser quels sont les indices dégagés au cours de la lecture et quelles sont les conditions d'application des schèmes activés.

• Réseau $R_=$

En ce qui concerne ce réseau, il semble que la lecture privilégie les tensions, en particulier l'idée d'un report de tension. Les schèmes activés sont principalement :

- "trouver la tension du générateur connaissant l'intensité à travers une résistance", ce qui conduit l'élève à poser $u_e = R_1 i_1$. Ceci tend alors à activer le schème "trouver l'intensité à travers la résistance connaissant l'intensité à travers l'ampèremètre". Contrairement au cas du ressort, on constate que $i = i_1+i_2$ apparaît plus volontiers que l'erreur $i_1 = i$ qui revient à négliger le partage ou à ne pas tenir compte dans un premier temps de l'autre résistance R_2. On peut en partie expliquer ce fait en observant qu'une résistance en parallèle ne présente pas le même contenu spatial que l'extrémité d'un ressort ;

- "trouver l'intensité à travers une résistance connaissant la tension à ses bornes", la tension aux bornes pouvant être connue par report de la tension du générateur ou de celle aux bornes de l'autre résistance.

• Réseau R_s

A propos de ce réseau, nous distinguerons deux lectures en nous appuyant sur des solutions typiques, notamment celles citées en pages 73 et 74.

1) Dans la première lecture, on peut dire qu'il y a simplement une généralisation du schème de la résistance "trouver la tension d'un générateur fournissant une intensité i à une résistance". Ce schème se trouve appliqué à l'ensemble des 2 résistances et l'idée la plus simple pour tenir compte des 2 résistances est de prendre $R_s = R_1+R_2$ sauf quand la formule correcte est connue (on constate cependant que même des sujets qui connaissent la formule correcte font parfois des "erreurs de calcul" pour finalement arriver à R_1+R_2).
Pour trouver l'intensité à travers R_2, le schème inverse est alors déclenché mais il n'y a aucune analyse de ce qui se passe à l'intérieur du système (une réponse $i_2 > i$ ne paraît donc pas étonnante, voir l'exemple page 73).

2) Dans la deuxième lecture, il y a une importance plus grande apportée au partage du courant : le générateur apparaît comme un

lanceur de courant, et ce courant se répartit ensuite entre les résistances (voir exemple page 74).

Sont activés les schèmes :

- "Trouver la tension d'un générateur fournissant une intensité i". Le contenu de ce schème peut prendre plusieurs aspects car bien que la relation $u_e = R\ i$ soit toujours utilisée, R peut être soit R_s (en tenant compte des deux résistances R_1 et R_2), soit la résistance interne du générateur, soit la résistance du premier appareil qui suit le générateur (ainsi certains font intervenir la résistance de l'ampèremètre A) ;

- "Répartir l'intensité i entre les deux branches". Là aussi la relation produite est variable. On peut avoir $i = i_1+i_2$, mais aussi $i_2 = i$;

- L'activation de l'égalité des tensions se produit assez rarement l'élève tendant souvent à répartir le courant de façon symétrique...

Remarque : Nous n'avons pas fait intervenir dans notre interprétation de réseau équivalent au réseau C des problèmes sur les ressorts ($F_e = F_1+F_2$) ; on observe en effet ici extrêmement peu de cas où $u_e = u_1+u_2$. Sur ce point on peut risquer une interprétation : la notion de tension paraît essentiellement liée à l'alimentation par le générateur et non pas comme conséquence du passage du courant dans les résistances : on ne peut donc pas voir apparaître l'idée de réactions cumulées des sous-systèmes qui était présente dans le cas des ressorts.

5. Conclusion

Si les solutions paraissent s'appuyer sur quelques aspects privilégiés et relativement indépendants de la présentation temporelle, il apparaît que ceux-ci sont moins marqués que dans le cas de la mécanique. En particulier l'interprétation de la tension du générateur ne détermine pas les solutions comme le fait la force de l'expérimentateur ou celle d'un clou dans le cas des ressorts.

La répartition du courant joue un rôle bien plus grand que la composition des allongements. Le raisonnement séquentiel par transmission de force ne trouve pas son équivalent dans un raisonnement séquentiel par report de tension : bien que formellement équivalente, les deux notions, force et tension, n'apparaissent pas du tout ici avec le même rôle dans les solutions de l'élève.

Il semble plus difficile de préciser le contenu exact des schèmes mis en place dans la mesure où la même situation de résolution peut s'accompagner de la production de relations différentes. S'il existe un déterminisme, il est beaucoup moins apparent que dans le cas des ressorts.

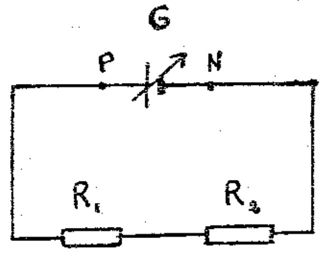
6. Complément : cas de résistances ou dipoles en série

Parmi les résultats obtenus dans le cas des résistances en parallèle nous constatons une prédominance de l'expression de la tension aux bornes du générateur associée à une lecture où les résistances sont considérées d'un point de vue d'ensemble : $u_e = R_s i$; ce phénomène s'accompagne d'un taux très faible de calcul de proche en proche par report de tension. De ce point de vue, la disposition des résistances en parallèle se révèle plus significative qu'une disposition en série, pour laquelle la tendance observée à écrire $R_s = R_1 + R_2$ rejoint la réponse correcte.

Nous avons cependant, pour complément d'information, fait un sondage à propos de ce cas des résistances en série dont voici les résultats.

Les deux types d'énoncés proposés aux élèves sont indiqués ci-dessous :

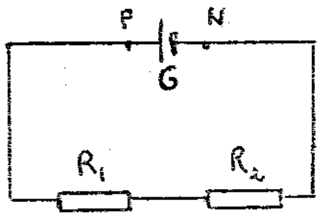
Enoncé Résistances en série "transformation"

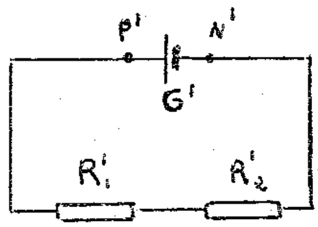


On considère le circuit suivant :
G est un générateur de tension variable
R_1 et R_2 sont deux résistances de valeur respective 200 Ω et 300 Ω.
Initialement la tension u_{PN} aux bornes du générateur vaut 2 V. L'expérimentateur veut accroître cette tension de 0,5 V. De combien va s'accroître la tension aux bornes de R_2 et quelle sera l'intensité fournie par le générateur ?

Enoncé Résistances en série "états"

On considère les 2 circuits suivants :





Dans le circuit de gauche, la tension aux bornes du générateur G vaut 2 V ; dans celui de droite, la tension aux bornes du générateur G' vaut 2,5 V.
Les deux résistances R_1 et R'_1 ont même valeur, soit 200 Ω.
Les deux résistances R_2 et R'_2 ont même valeur, soit 300 Ω.
En déduire quelle est la différence entre les tensions aux bornes de R'_2 et R_2, et l'intensité fournie par les générateurs.

L'analyse de la tâche conduit à dégager les relations de base sous-jacentes ; en appelant :

. u, u_1, u_2 respectivement les tensions aux bornes du générateur et des résistances R_1 et R_2

. i, i_1, i_2 les intensités à travers chacun des appareils précédents,

on obtient les relations suivantes :

relations caractéristiques $\begin{cases} u_1 = R_1 i_1 \\ u_2 = R_2 i_2 \end{cases}$

relations interparties $\begin{cases} u = u_1 + u_2 \\ i_1 = i_2 = i \end{cases}$

Les données sont R_1, R_2 et u et la question porte sur le calcul de u_2 et de i.

La structure de la tâche paraît semblable à celle des énoncés portant sur les résistances en parallèle mais il y a échange des rôles joués par les tensions et les intensités dans les relations interparties. Il en résulte en particulier que la solution canonique est plus simple puisqu'il n'y a plus véritablement à résoudre un système d'équations ; en effet on déduit facilement des relations précédentes
$u = u_1+u_2 = R_1 i_1 + R_2 i_2 = R_1 i + R_2 i = (R_1+R_2) i$, ce qui permet de calculer
$i = \frac{u}{(R_1+R_2)}$ et ensuite $u_2 = R_2 i$.

Ces exercices ont été proposés à 19 élèves de 1ère D (10 en "transformation", 9 en "états").

Comme dans le cas des exercices sur les résistances en parallèle, il n'y a guère d'influence de la présentation temporelle : les opérations produites sont semblables d'une présentation à l'autre et le calcul de Δu_2 se fait préférentiellement de façon indirecte avec raisonnement séparé sur chacun des états suivi d'une simple différence.

En ce qui concerne le calcul de i, nous trouvons principalement deux relations :

. $i = \frac{u}{R_1+R_2}$, qui est l'expression correcte, dans 10 cas sur 19

. mais aussi $i = \frac{u}{R_1}$ dans 4 cas sur 19 (soit 21 %). Cette expression fausse revient à considérer que la valeur de i ne dépend que de R_1 en négligeant l'influence de R_2. Elle correspond donc à une analyse spatialement séquentielle du système ne tenant compte d'abord que du générateur et de R_1, pour ne faire intervenir R_2 que dans un second temps. Voici un exemple de telle solution :

"On cherche I à la sortie de R_1... $I = \frac{u}{R_1} = \frac{2}{200} = 0{,}01$ A le courant à travers R_2 est 0,01 A, ça donne la tension aux bornes de R_2 : $u_2 = R_{(2)}I = 300 \times 0{,}01 = 3$ Volts.

On cherche I' à la sortie de R'_1... $I' = \frac{u'}{R'_1} = \frac{2{,}5}{200} = 0{,}0125$ A et la tension aux bornes de R'_2 vaut $300 \times 0{,}0125 = 3{,}75$ Volts. La différence de tension $u'_2 - u_2 = 0{,}75$ Volts...".

Ce raisonnement apparaît comme l'analogue du calcul séquentiel observé dans les problèmes sur les ressorts. Notons que ce raisonnement séquentiel apparaît dans une proportion bien plus grande si on modifie le problème pour dissymétriser les résistances (par exemple en remplaçant la résistance R_2 par un dipole électrique non linéaire ; voir deuxième partie § II).

En comparant ce cas à celui des résistances en parallèle, on observe que le raisonnement séquentiel de proche en proche se manifeste beaucoup plus fréquemment. Dans la mesure où ce raisonnement séquentiel s'appuie dans le cas des résistances en parallèle sur une lecture en report de tension et dans le cas des résistances en série sur une lecture en suivant le courant, il paraît donc que cette dernière lecture est plus facilement privilégiée. Ceci rejoint des résultats obtenus par J.L. Closset (1981) : le raisonnement naturel s'appuie avant tout sur le courant ou du moins sur l'idée d'un écoulement de quelque chose avec la tendance à considérer que l'aval n'influe guère sur l'amont.

V. RECAPITULATION : COMPARAISON ENTRE LES DIFFERENTS DOMAINES

Nous avons dans les paragraphes précédents effectué une étude en privilégiant successivement chacun des domaines et en mentionnant à l'occasion quelques comparaisons. Nous allons maintenant regrouper plus complètement ces résultats en cherchant à caractériser les similitudes et les différences d'un domaine à l'autre. Nous commencerons par comparer l'influence du domaine en ce qui concerne les relations produites et leurs associations. Nous proposerons ensuite une interprétation de ces résultats en faisant intervenir des différences dans les connaissances spécifiques à chaque domaine et en cherchant à préciser les éléments intervenant dans la lecture.

1. Influence du domaine en ce qui concerne les relations produites et leurs associations

a) Avant de rentrer dans les détails, il faut d'abord remarquer que le changement de type d'énoncé n'a pas le même effet pour les trois domaines : il y a une influence marquée dans le cas des ressorts et des vases communicants, quasiment inexistante dans le cas des résistances en parallèle. Cela revient à dire que les 2 premiers domaines sont assez sensibles au facteur temps tandis qu'en électricité les élèves semblent analyser le problème indépendamment de cet aspect-là.

b) Bien que les solutions formelles de ces questions soient de même structure, nous constatons que les fréquences des relations produites sont loin d'être équivalentes d'un domaine à l'autre ; ainsi les opérations faisant intervenir α_e : on trouve dans le cas des ressorts que les relations $F_e = k_1 a$ ou $F_e = F_1 + F_2$ sont privilégiées tour à tour suivant la présentation tandis qu'en électricité on observe essentiellement la relation $u_e = R_s i$ et ceci indépendamment de la présentation; Il faut noter que l'on n'observe pas non plus la même fréquence d'écriture simultanée de 2 relations de types différents ($\alpha_e = \alpha_1$ et/ou α_2 d'une part, $\alpha_e = \ldots$ d'autre part) : celle-ci est quasi nulle dans le cas des ressorts, plus élevée dans le cas des résistances.

c) A propos des associations de relations, nous constatons aussi qu'elles se présentent différemment : dans le cas des ressorts des associations centrées sur une expression de F_e et privilégiant l' une ou l'autre des relations interparties, en électricité des associations plus diffuses où coexistent plusieurs expressions pour u_e et qui font intervenir plutôt l'une des relations interparties (le partage du courant plus souvent que l'identité de tension).

d) Un autre point de comparaison sur lequel nous reviendrons plus loin (cf. ch. VI) : la fréquence des ruptures de formalisme. En ce qui concerne le basculement d'une relation à l'autre, il est relativement fréquent en mécanique, mais inexistant en électricité. En revanche, les ruptures de type "erreur de calcul" existent aussi bien en mécanique qu'en électricité, par exemple :

« $\frac{1}{R_s} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_s} \overset{?}{=} \frac{1}{(R_1+R_2)} \Longrightarrow R_s = (R_1+R_2)$

$F = k_1x_1 + k_2x_2 \overset{?}{=} (k_1+k_2)(x_1+x_2) \Longrightarrow F = ka.$ »

Ainsi il se confirme que les solutions ne sont pas seulement déterminées par la structure mais font aussi intervenir le domaine (et, au travers du domaine, l'aspect temporel).

En revanche, on a pu observer le même type de raisonnement pour des problèmes qui n'ont ni le même contexte conceptuel, ni même strictement la même structure ; aussi bien dans le cas des ressorts que dans celui des vasés communicants, l'agent extérieur (force extérieure ou volume rajouté) est associé à un déplacement très localisé :

$F = \left[k_1 \times (\text{déplacement de l'extrémité})\right]$ ou $V_e = \left[S_A \times (\text{déplacement du disque } D_A)\right]$

; la composition additive des déplacements est alors occultée. Ce fait remarquable constituera un élément très important de notre analyse : il remet en effet en question la pertinence d'analyses centrées trop exclusivement sur le domaine conceptuel ou sur la structure formelle.

2. Recherche des éléments pouvant intervenir dans la lecture

Un type de lecture conduit à dégager et à privilégier certains aspects du problème (aspect local-global...) à partir desquels vont être activés un certain nombre de schèmes (tandis que d'autres schèmes vont être laissés de côté...). Il correspond à une certaine formulation du problème intermédiaire entre l'énoncé et la solution observée.

La fréquence d'apparition de chaque lecture, nous l'avons vu, dépend de l'énoncé sans pour autant qu'il y ait déterminisme complet : il y a toujours possibilité de reformulation interne. D'autre part, il ne semble pas que les lectures soient toujours aussi décisives selon les différents domaines, c'est-à-dire qu'elles ne sont pas toujours associées à des réseaux aussi caractérisés.

D'un domaine à l'autre, nous observons suffisamment d'analogies entre certains réseaux pour être tentés de regrouper entre elles les lectures associées. Nous reviendrons plus loin sur les titres affichés pour ces regroupements que nous commençons par décrire.

• Lecture causale dynamique

Nous regroupons sous ce terme les lectures correspondant au réseau A des problèmes sur les ressorts (cf. p.40) et la lecture transformationnelle décrite à propos des vases communicants (cf. p.57). Ce type de lecture apparaît dans des domaines où des modifications spatiales résultent de l'action d'un agent extérieur ; dans la mesure où en électricité les effets sont bien moins spatialisés ce type de lecture est presque inexistant. Il semble que cette lecture s'appuie sur la possibilité de retraduire le problème en terme d'une transformation perceptible et cette perception appliquée au problème vient servir de guide pour la solution. On retrouve alors dans la solution des erreurs liées au caractère focalisé de cette perception : des aspects locaux se trouvent privilégiés au sein d'une analyse de proche en proche qui suit la transformation à partir de son origine ; on voit apparaître des schèmes de causalité locale (ex. : relation directe entre cause et déplacement) qui s'accompagnent d'une rupture des compositions géométriques (ex. : donnée géométrique d'état retraduite en variation).

• <u>Lecture causale statique</u>

surtout rencontrée en ressorts ("états") (réseau C, cf. p.41).

Elle semble correspondre au cas d'un domaine où un équilibre est interprété en termes d'une cause extérieure s'opposant à la somme des tendances internes. Ce type de lecture privilégie les aspects globaux et statiques. Elle s'accompagne d'un renforcement de compositions additives au détriment des relations d'égalité internes.

• <u>Lecture "équivalence"</u>

Nous regroupons sous ce terme les lectures correspondant au réseau B des ressorts (cf. p. 41) et $(R_s)_1$ des résistances (cf. p. 75).

Elle revient à considérer le système composé comme réductible à un système équivalent simple caractérisé par une constante dont l'expression dépend du niveau de connaissance mais qui souvent s'accompagne de la mise en place d'une composition additive des constantes de chaque sous-partie.

• <u>Lecture "géométrique"</u>

Nous regroupons sous ce terme les lectures correspondant au réseau $(R_s)_2$ des résistances (cf. p. 75), ainsi que la lecture en états décrite à propos des vases communicants (cf. p. 58). Ce type de lecture privilégie les compositions internes qu'elles soient d'origine purement géométrique (par exemple les compositions de longueurs), ou qu'elles dérivent de l'idée d'une répartition (répartition de courant).

Selon les domaines, ces différentes lectures sont plus ou moins exclusives, c'est-à-dire plus ou moins susceptibles de se rejeter l'une l'autre. En électricité on n'observe guère de telles exclusions, mais en mécanique, lectures causales dynamique et statique s'excluent mutuellement tandis que lecture causale dynamique et lecture géométrique interviennent parfois dans une même solution mais de façon séquentielle en s'accompagnant d'une rupture de formalisme.

Est-il maintenant possible de préciser quelques éléments déterminant le type de lecture susceptible d'intervenir ?

Nous avons déjà parlé du rôle de la forme de l'énoncé, mais nous avons noté que d'autres éléments liés au domaine doivent aussi intervenir. A partir des résultats précédents, il apparaît que parmi ces éléments, le contenu spatio-temporel et le contenu causal jouent un rôle fondamental :

. en ce qui concerne le contenu spatio-temporel, il semble que la possibilité de se construire une représentation perceptible de l'énoncé oriente vers un type particulier de lecture où les modifications spatiales du système sont suivies de proche en proche. C'est le cas pour les ressorts et les vases communicants ; ce n'est pas le cas pour les résistances en parallèle ;

. en ce qui concerne le contenu causal, il s'agit principalement de celui qui correspond à la relation caractéristique. On peut distinguer différentes causalités en fonction du domaine suivant, qu'il s'agisse d'une causalité simple ou d'une causalité "réciproque". L'idée de causalité simple ne fait qu'associer une action à un effet ; par exemple : "l'agent tire sur le ressort, le ressort s'allonge" ; "le générateur fournit du courant au système". La causalité "réciproque" concerne le cas où l'effet premier se traduit par une réaction s'opposant à la cause première (voir aussi Piaget Garcia 1971 ; Halbwachs 1971) ; ainsi en mécanique, l'allongement d'un ressort se retraduit par une tension s'opposant à la force extérieure. C'est une telle causalité qui, au demeurant mal organisée, donne lieu à des expressions de la force exercée par l'agent extérieur du type $F_e = F_1+F_2$. L'absence d'expression équivalente en électricité peut s'expliquer par le fait que ce niveau de causalité n'est pas atteint dans ce domaine :

en somme, si la tension du générateur crée un courant, un courant traversant une résistance n'est pas compris comme l'origine d'une contre-tension s'opposant à celle du générateur. La notion d'équilibre entre agent extérieur et réactions internes est pratiquement absente.

VI. CONCLUSIONS

Pour conclure cette partie, nous pouvons revenir aux objectifs définis dans la présentation et plus particulièrement aux deux premiers objectifs :

Le premier consistait à chercher si une solution peut s'expliquer par la mise en place d'un espace de problème suivie d'un traitement plus ou moins mathématique. La découverte de ce que nous avons appelé des ruptures de formalisme conduit à considérer ce modèle comme insuffisant. Les ruptures observées sont de deux types, soit des basculements d'une relation à l'autre, soit des erreurs de type "erreur de calcul". En ce qui concerne le premier type, il correspond au cas où deux relations qui devraient être traitées simultanément sont traitées séquentiellement : nous avons interprété cela en disant que la solution est en fait une suite de phases de rappels et de phases de calcul, correspondant à la mise en place de schèmes de problème. Ainsi nous trouvons que certaines erreurs ne doivent pas être expliquées par une incapacité à effectuer le traitement mathématique, mais par le fait que la signification sous-jacente à certaines relations les empêche d'être mobilisées dans un traitement purement mathématique ; cette signification sous-jacente peut être liée à des aspects perceptifs ou intuitifs et ce phénomène nous est apparu comme beaucoup plus sensible en mécanique qu'en électricité. Un résultat similaire a pu être mis en évidence par d'autres recherches en physique ; en particulier par celles effectuées par L. Viennot à propos de la pratique de l'algèbre élémentaire en physique (1980) : un contenu réaliste conféré aux signes + et − peut fausser leur rôle en temps qu'éléments d'une relation algébrique.

Ceci nous conduit à revenir sur ce que nous avons appelé "erreur de calcul".

En effet, est-ce que écrire « $F = k_1a_1+k_2a_2 \overset{?}{=} (k_1+k_2)(a_1+a_2) \Rightarrow F=(k_1+k_2)a$ »

ou bien « $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \overset{?}{=} \frac{1}{R_1+R_2} \Rightarrow E = (R_1+R_2)i$ »

ne relève que d'une simple erreur de manipulation d'écriture formelle ? on peut aussi penser que le traitement formel se trouve détourné par une idée intuitive où la composition des 2 systèmes doit se retraduire par une addition des deux constantes. En somme on trouve ici quelques exemples de cas où le formalisme ne serait qu'une tentative de justifier un résultat déjà obtenu par avance (soit par souvenir, soit par l'utilisation d'un "modèle naturel"). Ces quelques faits pourraient paraître anecdotiques mais ils rejoignent de nombreuses observations faites par ailleurs. Ainsi L. Viennot (1977) et E. Saltiel (1978) ont constaté que certaines démonstrations se font en fait à partir du résultat attendu, en remontant jusqu'à l'énoncé. Evans et Watson (1975-76) montrent que les sujets cherchent à rationnaliser leur réponse dans le contexte des consignes qui leur sont données - ils en déduisent d'ailleurs une théorie de l'activité intellectuelle où interviennent deux processus plus ou moins parallèles : des processus non verbaux mais qui contrôlent les sélections effectives et des processus verbaux servant de support à la rationnalisation ; d'où la conclusion que la seule verbalisation du sujet ne peut rendre compte du processus de résolution . Cette conclusion rejoint celle de Nisbett et Wilson (1977) qui trouvent que le sujet n'a pas accès aux mécanismes profonds sous-jacents à son comportement et que toute verbalisation ne correspond qu'à la construction a posteriori d'une théorie causale de son comportement. Ces quelques observations montrent en particulier que les enregistrements de résolution "à voix haute" ne doivent pas apparaître comme la retraduction strictement exacte du mécanisme réel de résolution, mais que la nécessité de verbaliser impose une contrainte supplémentaire qui vient interférer avec le mécanisme réel ; d'ailleurs Reif a pu observer dans les enregistrements de résolution par les "experts" des phases "subconscientes" et très rapides où n'apparaissaient aucune indication verbale sur les processus sous-jacents de "décision" (Reif 1979).

En ce qui concerne le deuxième objectif, à savoir les conditions du rappel des connaissances, nous avons pu mettre en évidence le fait que le rappel met en jeu aussi bien le domaine que la présentation de l'exercice, et que la structure commune était donc loin d'imposer l'identité du traitement.

Nous voyons d'abord que suivant les domaines, il apparaît des associations plus ou moins marquées et plus ou moins exclusives. Nous avons expliqué ce fait en disant que la résolution comporte une phase intermédiaire qui est la construction d'une lecture du problème et que, suivant les domaines, la lecture se focalise plus ou moins sur un nombre limité d'indices : fortement dans le cas des ressorts bout à bout, moins dans le cas des résistances en parallèle.

Nous avons montré que la lecture fait intervenir la facilité avec laquelle l'énoncé peut se retraduire sous forme d'un "scénario" perceptible et le rôle important que ceci fait jouer aux éléments spatiaux et temporels du système. Nous avons vu que la réinterprétation causale joue aussi un rôle important.

Dans l'analyse des solutions, on constate que certaines relations paraissent "oubliées". Ceci s'explique en partie par la lecture qui peut s'accompagner d'une réinterprétation erronée des données de l'énoncé (transformation d'une donnée géométrique d'état en donnée variationnelle) ou bien qui induit certaines relations apparaissant "spontanément" au détriment de la relation correcte. Dans le cas de lectures très typées, un changement de lecture conduit à un changement dans les connaissances rappelées et à des "oublis".

Il en résulte aussi que les propriétés des grandeurs qui interviennent dépendent de la lecture ; ainsi une même grandeur physique peut être retraduite par l'élève en deux grandeurs indépendantes - et correspondant chacune à des propriétés différentes -. Ainsi la notion de force paraît recouvrir dans le cas particulier de l'exercice Ressorts une notion de force cause de mouvement et une autre notion de force agent d'équilibre. On peut dire qu'il existe plusieurs schèmes correspondant à la notion de force dont l'apparition dépend du type de lecture. Notons aussi que les relations associées à un schème peuvent être influencées par les indices privilégiés par le type de lecture - ainsi le schème "trouver une relation entre la force agissant sur un ressort et son aspect géométrique" se traduit par la relation $F_1 = k_1 . \mathcal{D}(M_1)$ en "transformation", et $F_1 = k_1 l_1$ en "états". On est donc loin d'une description statique des concepts en cause, ou à chaque grandeur ou domaine conceptuel de la physique correspondrait un stock de propriétés bien définies classé en mémoire. Nous trouvons que les connaissances et le processus de résolution sont en interaction étroite et il paraîtrait bien artificiel de décrire les connaissances sans préciser davantage les conditions "précises" de résolution dans lesquelles elles peuvent intervenir. Nous retrouvons là aussi des résultats déjà mentionnés ; L. Viennot a montré comment la notion de force peut, dans ce qu'elle appelle le "raisonnement spontané", présenter des aspects différents suivant le type de question posée*.

Le type de question est alors un élément fondamental dans la description de ce que représente la force pour un élève ou un étudiant, ce qui rejoint tout à fait notre notion de schème et ce dont ne tiennent pas compte certaines descriptions sous forme de "représentation" qui tendent à négliger l'influence de la situation dans laquelle apparaît le concept sur les propriétés de celui-ci.

---

* Soit la force Newtonnienne, liée à une interaction et qui est seule présente quand le sens du mouvement reste "compatible" avec cette force ; soit la force en tant que "capital de force", qui est liée au mouvement quand celui-ci apparaît comme "incompatible" avec la seule force d'interaction (compatibilité au sens où il doit exister une force dans le sens du mouvement).

Ehrlich (1979) remarque aussi des choses similaires ; considérant que l'activité intellectuelle consiste en un processus dont l'une des caractéristiques est de mettre en jeu des structures cognitives fonctionnant "tout à la fois comme unité de mémoire, connaissance acquise et capacité instrumentale", et qui sont "des unités discrètes, libres et cependant reliables", il constate qu'une même structure chez l'adulte peut correspondre chez l'enfant à deux structures différentes, dans la mesure où elles sont affectées spécifiquement à deux référents distincts. Exemple : à un certain âge, il n'existe pas de structure unique correspondant au verbe manger mais des structures multiples fonction de ce qui est mangé ; il en résulte que la propriété d'être mangeable n'est pas encore utilisable en tant qu'élément de comparaison... (Bramaud du Boucheron et Cotillon, 1978).

DEUXIEME PARTIE : MISE EN PLACE D'UNE SEQUENCE D'ENSEIGNEMENT

ANALYSE DE SES EFFETS

I. OBJECTIFS ET DEROULEMENT

1. Présentation et objectifs généraux

Les résultats obtenus dans les exercices précédents montrent une certaine difficulté pour l'élève à construire une solution correcte. Rappelons les taux de résultats corrects obtenus en ce qui concerne le calcul de β_2.

	Présentation "transformation"	Présentation "états"
Exercices sur les ressorts	16 %	16 %
Exercices sur les vases communicants	23 %	30 %
Exercices sur les résistances en parallèle	19 %	15 %

On peut attribuer un bon nombre d'erreurs à des lectures partielles où certains aspects sont privilégiés aux dépens d'autres tout aussi pertinents, si bien que le sujet n'éprouve pas la nécessité, ou bien n'a pas les moyens, d'articuler correctement les parties entre elles et l'extérieur par rapport aux parties.

L'une des erreurs les plus typiques est celle qui consiste à introduire un point de vue causal où la cause et l'effet sont considérés localement, sans que l'on tienne compte de ce qui se passe dans l'ensemble du système, et qui aboutit à un raisonnement spatialement séquentiel.

Il nous est apparu à la suite d'entretiens ou de corrections effectuées en classe que le simple fait de signaler ce type d'erreur n'était pas suffisant pour obtenir une réelle amélioration et qu'il était nécessaire d'envisager une action plus profonde permettant d'atteindre entre autres la lecture du problème.

Nous avons donc mis en place une séquence d'enseignement dont l'objectif est de faire acquérir par l'élève quelques réactions particulières définies a priori, plutôt par rapport à la structure du problème que par rapport au domaine spécifique. Dans la mesure où une cause apparente d'erreurs est de commencer les calculs à partir d'une analyse locale, nous avons essayé d'introduire dans la résolution deux temps distincts : un temps descriptif et qualitatif où l'on cherche les relations utilisables mais en les gardant sous forme littérale (en particulier on cherche à dégager d'abord les relations interparties entre grandeurs de même nature avant de vouloir utiliser les relations caractéristiques, toujours plus ou moins liées à une analyse locale) ; ensuite, un temps calculatoire et quantitatif où sont utilisées les données numériques fournies par l'énoncé.
Les objectifs qui guident notre séquence sont donc :

. <u>Objectif n° 1</u> : faire comprendre à l'élève l'insuffisance de l'application locale d'une relation caractéristique et donc la nécessité de trouver des relations qui organisent l'ensemble du système.

. <u>Objectif n° 2</u> : apprendre à l'élève à construire les relations interparties à partir de l'analyse des grandeurs physiques en cause (c'est-à-dire dégager a priori des relations entre grandeurs de même nature).

. <u>Objectif n° 3</u> : conduire l'élève à résoudre ensuite mathématiquement les exercices proposés soit par voie algébrique, soit par voie graphique.

Le problème est ensuite de tester l'efficacité de cette séquence. On sait les difficultés posées par l'évaluation de toute action pédagogique : les paramètres susceptibles d'intervenir sont si nombreux lorsque l'on compare les performances de deux populations que la plus grande prudence s'impose. Nous considèrerons, à ce titre, et dans la mesure où notre expérimentation est restée réduite, que nos résultats n'ont qu'une valeur indicative. Cependant il faut souligner la nature des comparaisons que nous voulons faire, et qui s'accomodent mieux qu'il n'y paraît de prime abord, de cette expérimentation réduite.
Il ne s'agira pas de montrer qu'une séquence d'enseignement portant sur des problèmes de structure particulière favorise la résolution de tels problèmes chez les sujets qui en ont bénéficié, par rapport à d'autres qui n'auraient rien reçu de comparable dans leur enseignement. Il s'agira plutôt de comparer, pour des sujets donnés bénéficiant d'une séquence d'enseignement donnée, les différences de performances observées par rapport à un groupe témoin donné, selon les divers exercices proposés en test final. On ne cherchera donc pas à évaluer l'efficacité de la séquence par rapport à une autre séquence précise, mais par rapport aux caractéristiques des exercices proposés en test final.

Dans la mesure où certaines situations physiques sont utilisées dans la séquence d'enseignement, et d'autres dans les tests finaux (ce ne sont pas les mêmes sinon on n'évaluerait que l'aptitude des sujets à reproduire une solution), c'est la faculté de transfert des sujets que nous comparons selon les caractéristiques des tests finaux pour juger de la persistance de certaines erreurs. Dès que l'on parle de transfert il est tentant de définir a priori des "distances" entre exercices. Ce genre de pratique est chose courante dans l'enseignement, au niveau de l'évaluation, et les décisions sont prises en fonction de l'expérience de chacun, ou de ce qui est considéré comme des évidences. La question pourtant est parfois délicate et l'on ne sait trop sur quelles théories s'appuyer pour émettre un avis a priori. Celles qui privilégient la structure de la solution minimisent l'influence du domaine physique particulier mais insistent sur l'existence de mécanismes de traitements indépendants du domaine... celles qui insistent sur l'importance du champ conceptuel renvoient au problème de la définition de cette notion et de la légitimité de considérer qu'une grandeur est indépendante d'une situation de problème. Nous avons vu dans la première partie que ni les unes ni les autres ne paraissent prendre en compte tous les aspects pertinents : une structure n'impose pas un type de solution... un concept, bien défini pour le physicien, peut prendre des aspects multiples pour l'élève... Celui-ci, en revanche, paraît sensible à d'autres unités conceptuelles comme par exemple le contenu spatial des effets ou bien l'aspect temporel de la situation envisagée.

De ce point de vue, nous avons montré qu'il était possible de distinguer deux types d'exercices : des exercices où les effets sont des déplacements et des exercices où les effets apparaissent moins spatialisés ; nous avons ainsi remarqué que les réponses pouvaient être plus proches entre deux exercices appartenant au même type mais de structure de solution légèrement différente qu'entre deux exercices de type différent mais de structure strictement identique : ainsi on trouve des résultats bien plus semblables entre les exercices Ressorts et Vases communicants* qu'entre les exercices Ressorts et Résistances en parallèle. Nous avons donc choisi d'utiliser dans la séquence d'enseignement au moins un exercice de chaque type (il s'agira du cas des résistances en parallèle et des ressorts) et de tester la séquence avec au moins un exercice de chaque type (il s'agira d'un exercice sur une résistance et un dipôle en série pour le premier type, et pour le second type de l'exercice sur les vases communicants et d'un autre exercice qui est la transposition de l'exercice sur les ressorts à un système de deux pistons couplés).

Nous avons comparé les solutions fournies à la série d'exercices décrite ci-dessus par une classe de seconde C ayant suivi la séquence avec les solutions fournies par une autre classe de seconde C ayant suivi un enseignement ordinaire ; par enseignement ordinaire, nous

---

* alors que la relation n'est pas la même pour exprimer α_e.

entendons un enseignement présentant les mêmes concepts de la physique mais sans que soit proposée une méthode plus générale de résolution et d'analyse des exercices présentés. La classe expérimentale comportait 30 élèves, la classe "témoin" 33 élèves. Dans une étape préliminaire, nous avons vérifié que les deux classes pouvaient être considérées comme de niveau équivalent à l'aide d'exercices communs (en particulier le problème sur les résistances en parallèle et un exercice de mathématiques portant sur la résolution d'un système d'équations linéaires ; le taux de réussite à ce dernier exercice étant de 80 % pour la classe expérimentale et de 85 % pour la classe de contrôle).

La séquence s'est déroulée sur trois séances de 50 mn. Elle a eu lieu en cours d'année, au moment où dans les deux classes venaient d'être traitées les caractéristiques d'une association de dipôles mais n'avait pas encore été abordée la notion de point de fonctionnement d'un circuit. L'exercice donné en pré-test sur les résistances en parallèle a été corrigé dans les deux classes, soit simplement dans le cas de la classe de contrôle, soit dans le cadre de la séquence pour la classe expérimentale.

2. Plan de déroulement de la séquence

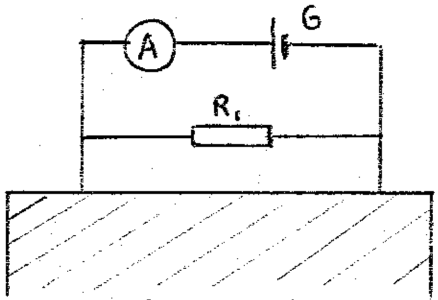
1ère séance :

. Rappel de l'objectif : faire comprendre à l'élève le caractère erroné de l'application locale d'une relation caractéristique, c'est-à-dire lui montrer que dans $\alpha_i = \lambda_i \beta_i$ il ne faut pas confondre β_i et β. Faire comprendre à l'élève la nécessité d'introduire les compositions additives, par exemple $\beta = \beta_1 + \beta_2$.

. Méthode suivie : nous avons utilisé une manière particulière de présenter les exercices, que nous appelons la technique "des sous-systèmes cachés". Voici quelques exemples.

Exercice 1A

"Soit le circuit suivant où un carton cache une partie du circuit :



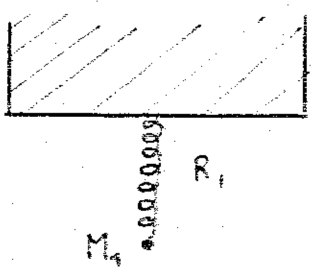
R_1 est une résistance qui vaut 300 Ω.
L'ampèremètre A indique une intensité de 0,5 A. Peut-on calculer la tension aux bornes de R_1 ?".

Parmi les réponses obtenues, il figure bien sûr un certain nombre de $u_1 = R_1 i$. On demande alors aux élèves d'expliciter ce qu'il est possible de trouver sous le carton...

On demande, quand tout le monde semble convaincu que les données sont effectivement insuffisantes, quelles données supplémentaires seraient nécessaires.
Enfin on donne la valeur de l'intensité dans la branche cachée et on repose la question sur la valeur de u_1.

Exercice 1B

"Soit le montage suivant où un carton cache la partie supérieure du système.



La partie apparente correspond à un ressort R_1 dont la raideur est 3 N cm^{-1}.

On veut déplacer M_1 de 10 cm vers le bas. Peut-on calculer la force qu'il faut exercer ?".

Dans ce cas, apparaît très souvent la réponse $F = k_1 D(M_1)$. On demande alors aux élèves d'expliciter ce qu'il est possible de trouver sous le carton.
On demande, quand tout le monde semble convaincu que les données sont insuffisantes, quelles données supplémentaires seraient nécessaires.

Enfin, on donne la valeur du déplacement de l'éxtrémité supérieure du ressort apparent et on repose la question sur la valeur de F.

Exercice 1C

"Un véhicule 1 roulant à 60 km/h veut rattraper un véhicule 2 distant de 1 km. Combien de temps faut-il pour que 1 rattrape 2 ?".

Dans ce cas-là, il manque la donnée du mouvement du véhicule 2.
On recommence une séquence semblable aux précédentes en terminant par la donnée supplémentaire de la distance d_2 parcourue par le véhicule 2 avant d'être rattrapé par le véhicule 1.

2ème séance :

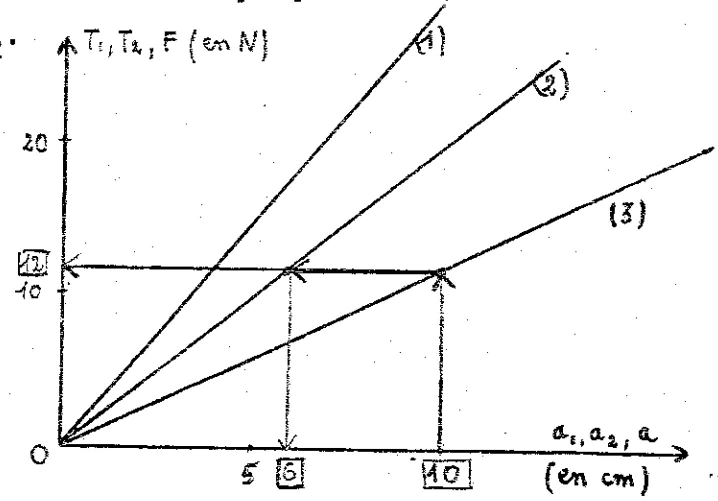
. Rappel de l'objectif : apprendre à l'élève à décrire chaque partie à l'aide d'un certain nombre de grandeurs et à dégager les relations entre grandeurs de même nature, justifiées par une signification physique et écrites sous forme littérale.

. Méthode suivie : nous avons repris les exercices sur les résistances en parallèle, les ressorts bout à bout, le dépassement cinématique mais sans données numériques pour aboutir à la construction du système des deux relations entre grandeurs de même nature. Il apparaît que cette retraduction symbolique d'un énoncé et de ses propriétés sous forme de relations sans qu'il y ait production d'une valeur numérique est une phase difficile. Par exemple, même si le partage de l'intensité paraît compris, on est surpris de voir qu'il ne se retraduit pas toujours par $i = i_1+i_2$: on peut aussi trouver $i_2 = i$ avant la résistance ou bien $i_2 = i/2$, "parce que ça se partage" ! On trouve une difficulté encore plus grande à comprendre que si le déplacement total tient compte des deux allongements, il faut écrire $D(M_1) = a_1+a_2$; on sent toujours une grande difficulté à dissocier allongement et déplacement.

3ème séance :

. Rappel de l'objectif : faire résoudre par les élèves les exercices proposés en utilisant soit une méthode algébrique, soit une méthode graphique.

. Méthode : nous reprenons les exercices sur les résistances en parallèle et sur les ressorts (présentation transformation) et nous cherchons une solution soit algébrique en résolvant le système d'équations, soit graphique en utilisant le tracé des caractéristiques.
Par exemple, dans le cas des ressorts, le ressort R_1 a pour représentation graphique de sa caractéristique une droite d'équation $T_1 = k_1 a_1$, le ressort R_2 une droite d'équation $T_2 = k_2 a_2$; on peut représenter la caractéristique de l'ensemble en notant que pour un état donné on a $T_1 = T_2 = F$ et $a = a_1+a_2$.



(1) : caractéristique de R_1.
(2) : caractéristique de R_2.
(3) : caractéristique de l'association des deux ressorts bout à bout.

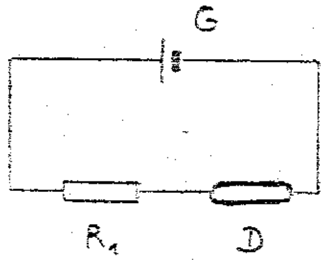
Il en résulte que si $a = 10$ cm on trouve . $F = 12$ N
. $a_2 = 6$ cm

La solution équivalente a été donnée dans le cas des résistances en parallèle (il est à noter que les 2 classes avaient fait les T.P. sur les caractéristiques et les associations).
Nous mentionnons que la solution graphique permet d'obtenir le résultat assez simplement quand les relations caractéristiques sont compliquées.

3. Exercices utilisés pour l'évaluation de la séquence

Nous avons évalué les effets de cette séquence à l'aide de 3 exercices présentés séparément. Les deux premiers juste après la séquence, le troisième quelques semaines plus tard.

3.1. Un exercice en électricité, mettant en jeu deux dipôles en série dont l'un n'est pas linéaire :



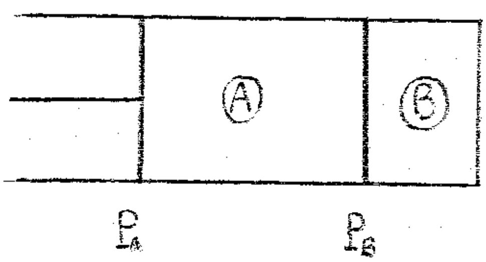
"Dans le circuit ci-contre,
G est un générateur dont la tension aux bornes est de 30 V.
R_1 correspond à une résistance de $20\,\Omega$.
D est un dipôle dont la caractéristique peut être réprésentée par $u = 10\ i^2$.

Pouvez-vous calculer la tension aux bornes de D ?".

3.2. L'exercice sur les vases communicants en présentation transformation.

3.3. Un exercice sur un système de pistons couplés qui est la transposition dans le cas des gaz de l'exercice sur les ressorts en présentation transformation. Il a été donné dans une interrogation écrite, parallèle pour les deux classes, alors que venaient d'être étudiées les propriétés des gaz et l'équation des gaz parfaits.

"Dans un cylindre se trouvent délimités deux compartiments (A) et (B) contenant un gaz supposé parfait.



P_A et P_B sont deux pistons mobiles pouvant se déplacer sans frottement.
La température du système est toujours la même.

1°) Justifiez le fait que la pression p_A dans le compartiment (A) est la même que la pression p_B dans le compartiment (B).

2°) Initialement p_A = 1 atm ; V_A = 3000 cm^3 et V_B = 1500 cm^3.
On déplace P_A de 12 cm vers la droite. De combien va se déplacer P_B ?
(la section du cylindre est de 100 cm^3)".

Tous ces exercices correspondent à des situations semblables, un agent extérieur agissant sur un système composé, se retraduisant par une structure formelle analogue à celle utilisée dans la première partie :

$$\left.\begin{array}{l}\alpha_1 = \alpha_2 \\ \beta = \beta_1 + \beta_2\end{array}\right\} \quad \text{relations interparties}$$

$$\left.\begin{array}{l}\alpha_1 = f_1(\beta_1) \\ \alpha_2 = f_2(\beta_2)\end{array}\right\} \quad \text{relations caractéristiques de chaque partie}$$

Pour évaluer la qualité des solutions fournies, nous avons considéré les indices suivants :
1) les relations interparties et les relations caractéristiques sont-elles correctement posées sans être contredites en cours de solution ?
2) les résultats numériques sont-ils corrects ?
3) y a-t-il rupture de la composition additive lorsqu'on trouve en cours de solution $\beta_1 = \beta$?

II. RESULTATS

Nous présentons dans le tableau ci-dessous les pourcentages correspondant aux indices précédemment définis.

	Electricité		Vases communicants		Pistons couplés	
	G_{exp} (30)	G_c (33)	G_{exp}	C_c	G_{exp}	G_c
1. Rappel correct des relations	43 %	6 %	30 %	21 %	6 %	12 %
2. Résultat correct	23 %	0 %	30 %	21 %	6 %	12 %
3. Rupture de composition additive	7 %	67 %	37 %	30 %	47 %	39 %

Nous voyons immédiatement que les effets n'apparaissent pas identiques en fonction du domaine : un effet positif en électricité mais pas d' ffets significatifs en "mécanique".

1. En électricité : on voit une quasi-disparition de la solution erronée consistant en une analyse séquentielle spatiale, solution très largement utilisée par le groupe de contrôle. Il est à noter que le résultat correct est obtenu en utilisant la méthode graphique ; il existe une solution algébrique tout à fait possible mais les élèves qui l'ont tentée n'ont pas réussi à venir à bout de l'équation algébrique du second degré.

2. Vases communicants : s'il apparaît un meilleur pourcentage de bonnes réponses dans le groupe expérimental, la différence n'est guère significative. D'ailleurs la "meilleure" performance est due à l'utilisation d'une procédure particulière, procédure s'appuyant sur une analyse particulière de la transformation (procédure "passant par l'unité") :

"Si le disque D_A descend de 1 cm alors le disque D_B va monter de 3 cm et la différence de hauteur entre les disques sera 4 cm.

Si la différence de hauteur entre les disques est de 20 cm, ça veut dire 5 fois plus, donc D_A descend de 5 cm et D_B monte de 15 cm...".

Plutôt qu'une procédure consistant à écrire un système d'équations formelles, il s'agit d'une procédure s'appuyant sur un scénario perceptible de transformation, analogue à ceux observés dans la première partie, mais sans qu'il y ait glissement d'une donnée géométrique d'état vers une variation.

3. Pistons couplés : s'il y avait un effet on aurait plutôt tendance à le trouver en sens inverse. On retrouve la rupture de composition additive qui est sous-tendue par une confusion entre déplacement et diminution de longueur d'un compartiment $\Delta L_A=D$ remplace $\Delta L_A+\Delta L_B=D$ (où ΔL_A et ΔL_B sont les variations de longueurs des compartiments A et B, et D le déplacement du piston P_A), on voit ainsi apparaître les solutions du type :

"Le volume du compartiment A devient 3000 cm^3 -12×100 cm^3 = 1800 cm^3.
La pression dans le compartiment A est donc $1\times 3000 = p_A \times 1800$ donc $p_A = \frac{3000}{1800} = 1{,}67$ atm.
La pression est la même dans les deux compartiments donc $p_B = 1{,}6$ atm
$1\times 1500 = 1{,}6 \times V_B$ $\quad V_B = \frac{1500}{1{,}6} = 900$ cm^3... Donc le déplacement de P_B est de 6 cm".
On retrouve ainsi une solution spatialement séquentielle comme dans le cas des ressorts.

On remarque aussi que beaucoup de solutions correspondent à l'idée très intuitive que les variations de volume se font avec conservation du rapport $\frac{V_A}{V_B}$ (ceci n'étant pas démontré) :
"Le volume V_A est deux fois plus grand que le volume V_B. Si on déplace le piston de 12 cm le volume V_A devient égal à 1800 cm^3. Donc V_B devient égal à 900 cm^3... Le déplacement de P_B vaut 6 cm".
Cette solution s'est rencontrée quelques rares fois dans l'exercice sur les ressorts.

A noter que dans ce cas, comme d'ailleurs dans le cas des exercices sur les ressorts, il n'existe pas d'exemple d'utilisation de la procédure "passant par l'unité". On remarque aussi que la relation pV = constante qui concerne en fait deux états d'un même gaz est souvent utilisée pour comparer les états des deux compartiments A et B avec écriture de $p_A V_A = p_B V_B$: il y a confusion entre variation dans le temps et variation dans l'espace.

III. CONCLUSION

Dans la mesure où les exercices que nous avons proposé visent à tester la possibilité de remplacer une lecture à caractère partiel par une lecture tenant compte des différents aspects, et ce par un effet de transfert à partir d'un exercice résolu, nous constatons une différence entre des domaines à effets peu spatialisés (électricité) et des domaines à effets spatialisés (mécanique).

Une lecture tenant compte d'emblée de l'ensemble du système et du rôle joué par chacune des parties semble plus facile à mettre en place en électricité qu'en mécanique. On pourrait considérer que ce succès est dû au fait que les mêmes concepts sont impliqués dans l'exercice d'électricité utilisé lors de la séquence d'enseignement et dans celui utilisé pour le contrôle, puisque dans les deux cas il y a tensions et intensités, circuits... Cependant ceci pourrait aussi être source d'erreur puisque les rôles de la tension et de l'intensité se trouvent échangés dans la structure commune à ces deux exercices. Mais surtout nous avons souligné plus haut combien un concept physique pouvait être parfois, dans le raisonnement naturel de l'élève, dépendant de la question posée et de la lecture qui en est faite. Il est donc difficile de fonder une évaluation de la proximité de deux problèmes uniquement sur l'identité des concepts impliqués dans leurs solutions. Nous proposons une autre interprétation qui nous semble être plus cohérente avec les résultats de la première partie et de relier ces phénomènes à l'importance des aspects perceptibles. En mécanique une lecture basée sur une représentation perceptive de la transformation tend à guider l'analyse du système et le rappel des relations ; cette lecture conserve une remarquable stabilité par rapport à l'enseignement même si elle entraîne des erreurs liées à sa caractéristique essentielle : privilégier des aspects locaux sur l'analyse d'ensemble. Au contraire, en électricité, les effets sont peu perceptibles et une éventuelle analyse séquentielle, moins ancrée dans des aspects perceptibles, se trouve plus facilement corrigée par l'enseignement.

A l'appui du rôle joué par ces aspects perceptibles locaux, nous pouvons ajouter la différence d'utilisation de la procédure "passant par l'unité" entre les exercices sur les vases communicants et les exercices sur les ressorts. Dans le premier cas, cette procédure est possible car elle démarre sur un déplacement local et la composition géométrique peut intervenir par la suite ; dans le cas des ressorts, cette procédure ne serait valable que dans la mesure où elle démarrerait sur un allongement unité de R_1 et il faudrait que même à ce niveau l'élève fasse la différence entre allongement et déplacement, il s'agirait d'un raisonnement déjà abstrait par rapport aux attaches perceptives.

Ainsi on trouve que la stabilité d'une lecture dépend de son rapport avec des aspects perceptibles qui peuvent servir de guide dans la construction d'une séquence d'actions de proche en proche ; plus les aspects sont spatialisés et plus la lecture correspondante paraît stable.

On peut donc proposer à partir des trois domaines étudiés ici une hiérarchie de résistance à l'enseignement :
- le cas de domaine peu chargé en contenu perceptif et où une lecture d'ensemble peut plus facilement être mise en place (électricité)
- le cas de domaine chargé en contenu perceptif mais où les exercices peuvent être résolus en s'appuyant sur la perception de la transformation (vases communicants)
- le cas de domaine chargé en contenu perceptif mais où pour être résolus les exercices nécessitent une décentration initiale par rapport à la perception locale (ressorts, pistons couplés).

Dans ces derniers cas, notre séquence d'enseignement n'a pas été d'un grand effet puisque la lecture qu'elle propose se heurte à un autre mode de lecture très stable. Il faudrait pour être plus efficace envisager une séquence qui s'attaque directement à la lecture erronée.

On peut aussi remarquer que cette séquence cherchait à introduire une résolution en deux temps, un temps descriptif suivi d'un temps calculatoire, qu'on peut mettre en parallèle avec un modèle simple de résolution : construction de l'espace du problème suivi de la phase de traitement. Or nous constatons que les élèves ont du mal à se maintenir à un niveau uniquement descriptif et à envisager simultanément plusieurs aspects pertinents du problème sans passage à une application numérique. Ceci est donc un nouvel indice de l'insuffisance de ce modèle qui ne tient pas compte des interactions entre représentation et traitement. Ce modèle qui se révèle insuffisant pour l'analyse est donc probablement aussi insuffisant pour monter une méthode d'enseignement : il n'accorde pas assez d'importance aux effets en retour du traitement sur la lecture, ni à la construction progressive de l'espace du problème par l'analyse des conditions d'application des schèmes utilisés. On mesure à nouveau l'importance qu'il y a à tenir compte, dans une méthode d'enseignement de résolution de problème , du contenu des connaissances du sujet et de leurs relations.

CONCLUSION GENERALE

Récapitulons les principaux aspects de ce travail et les résultats obtenus. Nous avons cherché à préciser les processus mentaux mis en oeuvre par des sujets en fin d'enseignement secondaire en activité de résolution de problème. Parmi les facteurs déterminants de ces processus, nous nous sommes attachés à dégager ceux qui sont liés à la structure des relations impliquées dans une solution correcte au problème posé et ceux qui relèvent davantage du contexte particulier : de l'habillage physique du problème, ainsi que de la façon dont il est posé. Nous nous sommes limités à une catégorie très particulière de problèmes tous de même structure mais différents, d'un côté par le domaine concerné (système de deux ressorts bout à bout, de deux vases communicants, circuits électriques avec résistances en parallèle), d'un autre côté par le rôle joué par le temps dans la présentation du problème. Après une phase préliminaire d'entretiens, nous avons réalisé une enquête avec recueil de solutions écrites et nous avons tenté une analyse fondée sur les fréquences d'apparition de diverses caractéristiques des réponses, parmi lesquelles, essentiellement, les types de relations écrites entre grandeurs physiques. Nous avons renoncé à fonder notre analyse sur un modèle simple de résolution selon lequel l'élève prendrait d'abord connaissance du problème posé pour se constituer un "espace du problème" et passer ensuite à une phase de traitement pur. Nous avons plutôt interprété les solutions obtenues par la mise en oeuvre d'éléments partiels de résolution ou schèmes de problème s'enchaînant les uns aux autres en une séquence où "représentation" et "traitement" sont constamment imbriqués.

Essentiellement repérables par les relations qu'ils mettent en oeuvre, ces schèmes de problème n'apparaissent pas indépendamment les uns des autres. On observe des groupements, ou au contraire des exclusions, pouvant être relativement stables d'une présentation à l'autre et qui correspondent à ce que nous avons appelé la lecture du problème ; ainsi la lecture du problème peut être partielle et privilégier certains aspects en occultant le rappel d'autres relations. Plus largement on observe d'un domaine à l'autre de la physique des analogies dans certaines des lectures suscitées, si bien que l'on peut envisager des regroupements parmi celles-ci et parler par exemple de lecture "dynamique causale", de lecture "en équivalence", de lecture "statique causale"...

Il faut souligner que ces types de lecture ne répondent de façon déterminée ni à une structure de problème donnée (des problèmes de même structure peuvent favoriser des lectures différentes), ni à un contexte physique unique (deux exercices appartenant à deux domaines différents de la mécanique peuvent susciter le même type de lecture). S'il arrive que la présentation de l'exercice, comme nous l'avons observé en mécanique, favorise telle ou telle lecture, elle ne la détermine nullement de façon univoque : tout se passe comme si l'énoncé faisait parfois l'objet d'une reformulation intérieure. Cette lecture est un élément intermédiaire entre les aspects contrôlables du texte (structure des relations dans la solution correcte, concepts repérés par le physicien) et le traitement que fait le sujet; la présence de cet élément échappant au contrôle direct de l'observateur rend difficile l'analyse des procédures de résolution de problème. Car si l'on a pu dire que dans le raisonnement des élèves il n'y a pas de concept indépendant de la question posée, on peut ici aller plus loin et dire qu'il n'y a pas de concept indépendant de la "lecture" du problème posé, laquelle ne coïncide pas nécessairement avec l'analyse qu'en ferait le physicien.

Si donc les différents types de lecture ne sont attachés ni à une structure particulière, ni à un contexte physique unique, il convient d'en préciser quelque peu les facteurs déterminants. Il apparaît à travers nos résultats que parmi ces facteurs intervient l'aspect temporel de l'énoncé. De fait le rôle joué par le temps dans le texte (présentation en "états" ou présentation en "transformation") peut orienter considérablement la lecture (c'est-à-dire influencer fortement la fréquence d'apparition de chaque type de lecture), mais ceci encore dépend du domaine. En fait apparaissent comme plus fondamentaux encore le contenu perceptif et le contenu causal de l'énoncé, en relation avec la possibilité d'une retraduction de la situation en terme d'effets spatialisés. Ainsi en mécanique les situations présentées favorisent l'introduction d'éléments perceptifs qui orientent considérablement la solution, tout en faisant jouer un rôle fondamental à l'aspect dynamique ou statique. Une lecture dynamique paraît suivre la transformation de proche en proche, une lecture statique globalise les tendances et chacune de ces lectures apparaît comme fortement exclusive pour un élève donné (une relation correspondant à une lecture tend à être exclue par l'autre lecture). C'est aussi là que l'on observe le plus de ruptures de formalisme, d'incohérences du point de vue formel probablement dues au fait que le sujet ne prend pas de recul suffisant par rapport à ses attaches perceptives. C'est là enfin que l'apprentissage d'une procédure générale de résolution paraît la plus difficile.

En revanche, l'électricité se révèle, ou plutôt se confirme, comme un domaine pauvre en contenu perceptif. Ceci s'accompagne d'une sensibilité quasi nulle des solutions à la présentation temporelle de l'énoncé, de lectures beaucoup moins exclusives, d'une absence de rupture de formalisme et enfin d'un apprentissage plus facile d'une procédure générale de résolution.

Cette étude est donc une occasion de plus de constater que telle réponse où l'on est tenté de prime abord de ne voir qu'incohérence ou hasard peut en fait correspondre à une autre organisation des notions, possédant sa propre cohérence, non pas en fonction d'éléments formels ou logiques mais en fonction d'autres éléments, en particulier les indices privilégiés par telle ou telle lecture.

Quelles conséquences pouvons-nous tirer de ce travail au niveau pédagogique ? D'abord en ce qui concerne l'évaluation par l'enseignant des solutions fournies par des élèves, nous mettons en évidence l'existence de catégories nouvelles, différentes de celles que l'on enseigne, mais parfois fortement ancrées et très déterminantes : à un concept physique unique peut correspondre plusieurs "pseudo concepts" selon la situation envisagée et la lecture qui en est faite. En ce qui concerne l'enseignement lui-même, l'objectif est donc de chercher à unifier ces pseudo-concepts (ainsi comment unifier les différents types de force ?). Notre séquence particulière consistait à mettre en place directement un nouveau type de lecture axé sur la recherche de la structure des relations nécessaires pour la résolution ; son efficacité dépend du domaine, et est bien faible dans le cas de domaines riches en contenu perceptif. Le caractère relativement bref de cette séquence ainsi que son fondement essentiellement structural peuvent expliquer son insuffisance. Il faut sans doute d'après nos résultats prendre explicitement en compte les difficultés perceptives. Puisque la lecture apparaît comme un élément fondamental dans la résolution, il faut sans doute dans l'enseignement chercher à travailler sur cette lecture. A cet effet, on peut par exemple d'un côté faire jouer, à l'intérieur d'une situation physique donnée, un ensemble d'éléments relatifs à la lecture en essayant de faire intervenir les contradictions, en particulier celle de nature perceptive, d'un autre côté multiplier les domaines concernés où se répètent des phénomènes analogues.

Ces deux points suggèrent des prolongements possibles pour le type d'analyse entrepris ici : affiner notre description sur le même type de problème ou l'étendre à d'autres. Le premier de ces axes de recherche pourrait conduire par exemple à des études de chronologie détaillée des solutions; cependant la finesse de l'analyse risque de se perdre dans la complexité du problème, en outre, dans les situations didactiques réelles (celles qui nous intéressent), plus une analyse est compliquée, plus elle devient difficile à utiliser par l'enseignant. Il nous paraît plus fructueux d'éprouver sur d'autres terrains la pertinence de notre méthode et le caractère plus ou moins général de nos résultats.

Outre les possibilités qu'une telle tentative ouvrirait pour l'enseignement, elle ne peut être que profitable d'un point de vue de stricte recherche puisqu'elle astreindrait les éléments de théorie utilisés ici à rendre compte de faits plus divers.

ANNEXE

Nous proposons ici quelques exemples de résolutions données à voix haute, ainsi que quelques commentaires mettant l'accent sur les basculements s'accompagnant de l'oubli de relations précédemment dégagées.

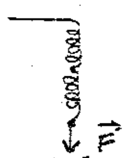
1. Enregistrement portant sur le problème des ressorts
(en "transformation")

Commentaires

. Enoncé du problème

On exerce une force vers le bas... donc...

(l'élève fait le schéma:



)

Le schéma proposé privilégie la force exercée par l'expérimentateur.

Y a la force qu'on exerce... et la résistance, la force qui retient au support... en descendant de 10 cm ça devrait être réparti sur les deux, donc... 10 cm ça fait... 3 fois ça fait... enfin ça fait comme si on exerçait une force de 30 N sur le premier ressort.

La relation de composition des allongements paraît comprise ... mais se trouve immédiatement "oubliée" pour être remplacée par la relation $F = k_1 a$. (Exemple de basculement)

. Expliquez ceci :

Si on considère seulement comme système le premier ressort, en tirant de 10 cm, comme la constante c'est 3N/cm, ça fait 30 N donc... une force de 30 N sur le deuxième ressort... ça fait 30 N... 2 N/cm ça fait (l'élève fait le calcul sur un papier)... Ah oui ! ça fait donc 15 cm, il s'allonge le deuxième ressort de... hum ! (hésitations de l'élève)

On voit explicité nettement le calcul de proche en proche : ne considérer d'abord que le premier ressort puis penser que la même force agit sur le deuxième ressort.

. Avez-vous une solution ?

Non là c'est pas possible, parce que ça descendrait de 15 cm et on ne tire que de 10 cm et on descend de 15... y a quelque chose qui va pas.

Il y a ici une phase d'auto-évaluation du résultat. S'appuie-t-elle sur la composition des allongements ou simplement sur le fait que a_2 apparaît plus grand que a ? Aussi changeons-nous les valeurs des constantes
$k_1 \longrightarrow 2N/cm$; $k_2 \longrightarrow 3N/cm$.

. On change les valeurs de k_1 et k_2...

Sur le premier ressort ça fait une force de 20 N, c'est-à-dire comme $k_1 = 2$ N/cm... et donc une force de 20N qui s'exercerait sur le deuxième ça ferait (l'élève effectue le calcul sur un papier)... donc ça ferait une force de 6,5 N sur le premier ressort, non un allongement de 6,5 cm et ça descendrait de 6,5 cm.

S'il y a doute, l'élève paraît le manifester beaucoup moins.

. Votre résultat me semble faux.

Moi aussi... du fait que si on tire là ça va exercer une force sur tout le long mais pas seulement sur celui-là... donc... (long silence).

L'élève est conscient d'une erreur liée à son type de raisonnement mais ne voit pas comment il peut se corriger.

. Vous disiez que ces 6,5 cm ne vous semblaient pas corrects, expliquez pourquoi ?

Normalement ça descend de 10 cm, donc en tout la longueur ça fait 50 cm et 10, ça doit faire 60 cm en tout... et là avec les 6,5 cm ça fait 66,5 parce que les autres y restent et si on rajoute là 6,5... c'est pas possible. Donc les 10 cm là (qui) se répartissent sur les deux ressorts... Normalement c'est le premier ressort qui devrait s'allonger plus facilement et l'autre au bout d'un certain moment y devrait s'allonger aussi.

L'élève est donc capable de composer les longueurs, mais dans une phase d'évaluation utilisant les valeurs numériques précédemment obtenues.

Bien que l'allongement total est pensé se répartir sur les deux ressorts, il subsiste l'idée d'une transformation séquentielle dans le temps.

Comme les 10 cm se répartissent sur les deux ressorts et qu'ils n'ont pas la même constante, ça va pas donner le même allongement... c'est-à-dire qu'il va y avoir un rapport plus ou moins grand entre les deux, k_1 et k_2...

Les 10 cm c'est égal à x cm du premier ressort et y cm du deuxième ressort (il écrit $10 = x+y$)
$k_2 = 3$ on prend 1 cm on a 3 N donc... c'est-à-dire les 10 cm c'est égal à une force, quand on tire de 10 cm ça donne une force, on peut l'appeler F et cette force-là comme elle se répartit sur les deux et comme c'est 3 N/cm pour le premier ressort ça fait x.3 et le deuxième ça ferait pareil 2y d'où $F = 3x + 2y$.

On notera que ce qui est maintenant appelé premier ressort est le ressort du haut (l'analyse du système se fait dans le sens inverse du précédent).

L'apparition de la composition des allongements s'accompagne d'une relation fausse pour exprimer F_e

. Pourquoi $F = 3x + 2y$?

F c'est la force de l'allongement, x... donc 3x, tous les cm sont multipliés par 3, ça serait égal à une force ... et pour le 2ème ressort c'est pareil y et 2N/cm...

Il faudrait trouver x et y ; mais là ça fait trois inconnues parce qu'il y a la force aussi donc il faudrait arriver à pouvoir exprimer la force
(long silence)
Ca fait trop d'inconnues... faudrait une autre équation... donc il y a encore autre chose.

Si on reprend les relations énoncées depuis le début on trouve :
- $F_1 = F_2$ (dans le raisonnement séquentiel)
- $10 = x + y$
- $F = 3x + 2y$; ce qui est suffisant pour tout résoudre.

Il y a donc eu "oubli" de relations précédemment écrites : l'apparition de $F = F_1 + F_2$ correspond à un nouveau basculement.

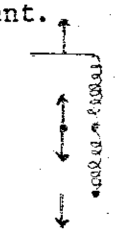
. Etes-vous certain de $F = 3x+2y$?

Ben oui parce que la force en tout qu'on va exercer pour que ça descende de 10 cm ça va correspondre à une force et un allongement dans le premier et une force et un allongement dans le deuxième... donc x ça donnera une force et y pareil...

. Tout à l'heure vous disiez que la force sur R_1 était de 20 N. Qu'en pensez-vous maintenant ?

Non on ne peut pas dire qu'elle est égale à 20 N parce qu'on considérait que là le haut du ressort c'est un

point fixe... et comme il y a deux forces... enfin il y a la force quand on tire vers le bas, la force qui retient et il y a celle, enfin maintenant ça fait tirer le 2ème ressort et on a encore celle d'un haut qui retient.
(L'élève fait le schéma



puis long silence).

. Qu'est-ce qu'on peut dire de ces forces ?

Ben normalement comme elles sont sur la même verticale elles vont toutes s'annuler... c'est-à-dire il va y avoir un équilibre entre les deux extrémités... (silence).

. Et au milieu ?

Elles vont se compenser... ah oui !... la force dans les ressorts devrait être la même... comme k est différent ça donnera des hauteurs différentes... oui c'est ça... F = 3x + 2y et aussi 3x = 2y donc F = 6x mais ça ne donnera pas grand chose...

Il y avait donc précédemment "oubli" de la relation $F_1 = F_2$.

On constate aussi qu'il y a "oubli" de la relation 10 = x+y qui fait que la séquence précédente ne peut aboutir à une valeur numérique.

c'est-à-dire la force qu'on tire au début pour allonger de 10 cm ça se répartit sur les deux et la force qu'on va avoir dans le 1er ressort et dans le 2ème ressort elles devraient être égales, c'est l'allongement seulement qui sera différent...

$3x = 2y$ donc $x = \frac{2}{3}y$, la hauteur dans le deuxième ressort est égale aux 2/3 de la hauteur dans la premier ressort.

. Comment trouver x ?

C'est égal à 10, F c'est une force... non, x n'est pas égal à 10, je parlais de F, enfin les 10 cm, mais comme c'est des N on peut pas mettre des cm à la place
(long silence)...

Il semble que 10 = x + y, composition des allongements, soit cachée derrière la composition des forces; il subsiste d'ailleurs une confusion latente entre la force, l'allongement et le déplacement.

. Et si je vous rappelle que
$10 = x + y$?

Ah oui... (écrit $10 = x+y$) et comme on a aussi $x = \frac{2}{3}y$ ça fait... (poursuit le calcul sur papier et trouve la solution correcte).

Le rappel de cette relation permet de trouver la solution correcte et s'accompagne d'ailleurs de la disparition de $F = F_1+F_2$ pour revenir à $F = F_1 = F_2$ (encore un exemple de basculement)

. Pourquoi la force exercée par l'expérimentateur n'est pas égale à 12N + 12N ?

Question posée pour essayer de jeter une lumière sur le rejet de $F = F_1+F_2$.

Elles s'additionnent pas comme ça les forces.

. Les longueurs s'additionnent bien!

Mais c'est pas pareil ! Non, la force on peut la représenter par un vecteur, mais une longueur c'est une mesure...

Il est à noter que la différence entre force et longueur paraît ici liée à une différence entre une grandeur mesurable "la longueur" et une grandeur formelle représentée par un vecteur : "la force".

2. Enregistrements portant sur le problème des vases communicants (en "transformation")

2.1.

. Enoncé du problème :

Le déplacement de D_B... 20 cm... Ah non, parce que j'ai fait comme si D_A n'avait pas bougé. Or c'est pas vrai le liquide est incompressible, le volume entre les deux disques reste le même... D_B bouge et aussi D_A et c'est les deux déplacements qui sont égaux à 20 cm... Il faudrait que je puisse savoir de combien baisse D_A, cette hauteur je la retrancherai à 20 cm... Non c'est pas ça...

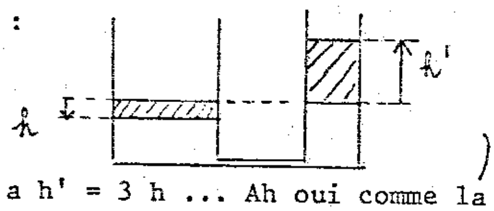
Confusion entre déplacement et différence entre les 2 niveaux.

Mise en place de la composition des déplacements. Mais le fait de ne pas pouvoir obtenir un résultat numérique immédiat pousse l'élève à changer de point de vue.

L'huile est incompressible... D_A descend et D_B monte. Le volume du vase A :
$25 \text{ cm} \times 300 \text{ cm}^2 = 7500 \text{ cm}^3$
Le volume du vase B :
$25 \text{ cm} \times 100 \text{ cm}^2 = 2500 \text{ cm}^3$.

On a $V_A = 3 V_B$ donc le disque D_B va monter d'une distance trois fois plus grande que la distance de descente de D_A...

(schéma :



)

Pour trouver la relation entre les déplacements, l'élève paraît s'appuyer sur le volume dans chaque vase et non directement sur les sections.

Donc on a h' = 3 h ... Ah oui comme la somme des deux fait 20 cm on peut écrire h'+h = 20 ... ça fait 4h = 20 donc h = 5 cm. Le disque D_A descend de 5 cm et D_B... 3 fois plus ça fait 15 cm.

Le schéma aide l'élève à retrouver la composition des déplacements.

. C'est bien, mais quel est le volume rajouté ?

(L'élève rajoute sur le schéma le niveau correspondant à l'huile versée) 20 cm... ça fait 20 x 300 = 6000 cm^3.

Là aussi le schéma paraît une aide pour s'assurer que la hauteur d'huile versée est bien 20 cm.

. Pourquoi D_B monte-t-il ?

En vertu des vases communicants il faut que D_B et le dessus de l'huile rajoutée soit au même niveau. Il est donc évident que D_A descend pour faire monter D_B et pour compenser ce nouvel apport d'huile.

On voit que dans les raisons données pour le déplacement de D_B apparaît une nécessité géométrique : l'identité des niveaux des deux côtés...

2.2.

. Enoncé du problème :

En versant l'huile ça fait une force et le disque D_A s'enfonce, ça exerce une pression et ça se transmet et ça remonte ... ça descend là et ça monte là parce que le volume d'eau c'est le même... D_A descend de 10 cm et D_B monte de 10 cm ... (silence).

Un effet dans un sens d'un côté, dans l'autre sens de l'autre côté... La somme de ces deux effets c'est 20 cm... La première idée est de prendre 10 et 10, en oubliant le rôle des sections.

Non, comme c'est pas la même section, ça devrait monter beaucoup plus là que ça descend là... On regarde de combien est descendu D_A et comme on a la section on calcule le volume et on le reporte de l'autre côté... ça fait que D_B bouge trois fois plus que D_A... Mais je ne sais pas de combien D_A a descendu... C'est ça ? D_B trois fois plus que D_A ?

Au bout d'un certain temps, autocorrection aboutissant à accorder plus d'importance au rôle des sections. Il en résulte la découverte du rapport entre les déplacements mais pour continuer l'élève semble avoir besoin d'une confirmation. La difficulté est d'avoir une relation sans valeur numérique.

. Il me faudrait une valeur en cm.

On ne sait pas combien on a rajouté d'huile... Si on fait baisser D_A de 10 cm, ça augmente D_B de 30 cm et ça fait une différence de 40 cm. Cela n'est pas possible, il ne faut pas que ça baisse de 10... Pourquoi 3 fois plus ?...

10 c'est trop on va diminuer de la moitié... je prends 5 cm... trois fois plus ça fait 15 cm... ça marche... c'est 5 cm ?

. Oui. Combien d'huile a-t-il fallu rajouter ?

5 puisque ça baisse de 5.

. Pourquoi le disque D_B monte-t-il?

Si on ajoute de l'huile dans le vase A cela fait un poids supplémentaire et étant donné que le liquide est incompressible, la force qui a poussé D_A pousse D_B mais dans le sens inverse, vers le haut. Comme le volume des vases A et B est différent, le disque D_B va monter mais il va dépasser le niveau du vase A.

On voit poindre l'idée qu'huile rajoutée et déplacement de D_A sont directement liés. Suit une hypothèse sur le déplacement de D_A (10 cm, peut-être parce que c'est la moitié de 20).
Il semblerait que le fait de penser 10+30 vienne jeter un certain trouble sur la relation de proportionnalité des déplacements.

Le raisonnement se continue mais en prenant comme nouvelle hypothèse la moitié de ce qui était pris précédemment.

Comme on l'avait déjà senti le volume versé apparaît comme directement lié au déplacement de D_A.

Les raisons données pour le déplacement de D_B sont avant tout de nature causale : le volume rajouté pousse, faisant jouer un rôle important au poids et allant jusqu'à faire nier le principe des vases communicants.

BIBLIOGRAPHIE

ANDERSON J.R., Language, memory and tought, New York, John Wiley & Sons, 1976

ANDERSON J.R., BOWER G.H., Human associative memory, Washington D.C.: Winston 1973

ATWOOD M.E., POLSON P.G., A process model for water-jup problems, Cognitive psychology, 1976, 8, p. 191-216

BHASKAR R., SIMON M.A., Problem solving in semantically rich domains: An example for engineering thermodynamics. Cognitive Science, 1977, 1, p. 193-215

BRAMAUD DU BOUCHERON G., COTILLON J.M., Les enfants organisent-ils hiérarchiquement les concepts d'objets. Cahiers de Psychologie, 1978, 21, p. 17-35

CLOSSET J.L., Thèse en cours de rédaction, Université Paris VII

COLLINS A.M., QUILLIAN M.R., Retrieval time from semantic memory. Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior, 1969, 8, p. 240-248

COLLINS A.M., QUILLIAN M.R., How to make a language user in E. TULVING et W. DONALSON, Organization of memory, New York, Academic Press 1972

EHRLICH S., Apprentissage et mémoire chez l'homme. Paris, PUF 1975

EHRLICH S., La mobilité cognitive in P. OLERON, M. REUCHLIN, R. ZAZZO. L'intelligence, Bulletin de Psychologie, numéro spécial, 1979, 32, p. 413-423

EHRLICH S., TULVING E., La mémoire sémantique, Bulletin de Psychologie, numéro spécial, 29, 1976

EVANS J. St B.T., WASON P.C., Rationalisation in a reasoning task. British Journal of Psychology, 1976, 67, p. 479-486

HALBWACHS F., Causalité linéaire et causalité circulaire en physique in M. BUNGE, F. HALBWACHS, T.S. KUHN, J. PIAGET, L. ROSENFELD. Les théories de la causalité. Paris, PUF 1971

HAYES J.R., SIMON H.A., Undersanting written problem instructions in L.W. GREGG, Knowledge and cognition, Potomac, Maryland, Lawrence Erlbaum Associates, 1974

INHELDER B., PIAGET J., De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent, Paris, PUF 1955

LARKIN J.M., REIF F., Understanding and teaching problem solving in physics, European Journal of Science Education, 1979, 1, p. 191-203

NEWELL A., SIMON H.A., Human Problem Solving, Englewod Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall 1972

NGUYEN XUAN A., Le fonctionnement cognitif : qu'y a-t-il eu depuis Human Problem Solving de Newell et Simon ? in P. OLERON, M. REUCHLIN, R. ZAZZO, L'intelligence, Bulletin de Psychologie, numéro spécial, 1979, 32, p. 625-641

NISBETT R.E., WILSON T.D., Telling more than one can know: verbal reports on mental processes. Psychological Review, 1977, 84, p. 231-259

NORMAN D.A., RUMELHART D.E. and the L.N.R. Research Groupe, Explorations in congition, San Francisco: Freeman, 1975

PIAGET J., GARCIA R., Les explications causales, Paris: PUF 1971

PIAGET J., INHELDER B., Le développement des quantités physiques chez l'enfant, Neufchâtel: Delachaux Niestlé 1941

REIF F., 1979a. cf. LARKIN J.M., REIF F.

1979b. Cognitive mechanisms facilitating human problem solving in a realistic domain: the example of physics (à paraître)

RUMELHART D.E., LINDSAY P.M., NORMAN D.A., A process model for long term memory. In E. TULVING et W. DONALSON, Organization of memory, New York, Academic Press, 1972, p. 198-246

SALTIEL E., Concepts cinématiques et raisonnements naturels, Thèse Université Paris VII, 1978

SALTIEL E., Les raisonnements naturels en cinématique élémentaire in Bulletin de l'Union des Physiciens, 1979, 616, p. 1325-1355

SCANDURA J.M., Problem Solving, New York, Academic Press 1977

SIMON H.A., HAYES J.R., The understanding process: problem isomorphs. Cognitive Psychology, 1976, 8, p. 165-190

SIMON H.A., REED S.K., Modeling strategy shifts in a problem-solving task. Cognitive Psychology, 1976, 8, p. 86-97

SIMON D.P., SIMON H.A., Individual differences in solving physics problems in R.S. SIEGLER, Children's Thinking: What Develops, Lawrence Erlbaum Associates, 1978

VIENNOT L., Le raisonnement spontané en dynamique élémentaire, Paris, Hermann 1979 et Thèse Université Paris VII 1977.

VIENNOT L., Pratique de l'algèbre élémentaire chez les étudiants en physique, Bulletin de l'Union des Physiciens, 1980, 622, p. 783-820.