J.-P. Grivet

Retour au site web

Exercice 11-1 : Une méthode à pas multiples

Si $y \equiv x^p$, $f = y' = px^{p-1}$. On utilise ici les valeurs $p = 0, 1, 2$ et on choisit $x_n = 0$ et par conséquent $x_{n+1} = h$. On obtient trois relations :

$$\begin{aligned} y = 1; \quad y' = f = 0; \quad 1 &= a_0 + a_1, \\ y = x; \quad y' = f = 1; \quad h &= 0 + a_1(-h) + h(b_0 + b_1), \\ y = x^2; \quad y' = f = 2x; \quad h^2 &= 0 + a_1(h^2) + h[0 + b_1(-2h)], \end{aligned}$$

qui donnent un système de trois équations linéaires pour les quatre inconnues a_0, a_1, b_0, b_1 :

$$\begin{aligned} a_0 + a_1 &= 1, \\ -a_1 + b_0 + b_1 &= 1, \\ a_1 - 2b_1 &= 1. \end{aligned}$$

b_0 est considéré comme un paramètre ajustable et on résout par rapport à b_0 :

$$\begin{aligned} b_1 &= b_0 - 2, \\ a_1 &= 2b_0 - 3, \\ a_0 &= 4 - 2b_0. \end{aligned}$$

La méthode du point milieu correspond au choix $b_0 = 2$, ce qui entraîne $b_1 = 0$, $a_1 = 1$ et $a_0 = 0$.