Retour au site web

Exercice 11-11 : Mouvement d'une planète autour d'un centre fixe

Remarque : le coefficient k est négatif pour le mouvement d'une planète soumise à l'attraction universelle. Il serait positif pour la répulsion d'une particule positive par un noyau.

On écrit, en coordonnées cartésiennes, le système de quatre équations différentielles du premier ordre qui exprime la relation fondamentale de la dynamique :

$$\begin{cases} x' = u, \\ u' = \frac{kx}{r^3}, \\ y' = v, \\ v' = \frac{ky}{r^3}, \end{cases}$$

avec $r^3 = (x^2 + y^2)^{3/2}$. L'algorithme d'Euler s'écrit alors, pour $n = 1, 2 \ldots$

$$\begin{cases} rcn = (x_n^2 + y_n^2)^{3/2}, \\ x_{n+1} = x_n + hu_n, \\ u_{n+1} = u_n + hkx_n/rcn, \\ y_{n+1} = y_n + hv_n, \\ v_{n+1} = v_n + hky_n/rcn. \end{cases}$$

L'algorithme du point milieu n'est pas plus compliqué, mais il suppose la connaissance des deux premières valeurs des fonctions inconnues et donc $n = 2, 3 \ldots$

$$\begin{cases} rcn = (x_n^2 + y_n^2)^{3/2}, \\ x_{n+1} = x_{n-1} + 2hu_n, \\ u_{n+1} = u_{n-1} + 2hkx_n/rcn, \\ y_{n+1} = y_{n-1} + 2hv_n, \\ v_{n+1} = v_{n-1} + 2hky_n/rcn. \end{cases}$$