Retour au site web

Exercice 14-3 : Loi de probabilité uniforme

a) La densité de probabilité de la variable X est définie comme

$$x \in [a,b], \qquad p(x) = p_0; \qquad x \notin [a,b], \qquad p(x) = 0.$$

La condition de normalisation s'écrit

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = 1 = (b-a)p_0,$$

d'où $p_0 = 1/(b-a)$. Calculons la valeur moyenne de X

$$< X >= \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx = \int_a^b \frac{xdx}{b-a} = \frac{a+b}{2}.$$

On calcule de même $< X^2 >= \frac{1}{3}(a^2+ab+b^2)$, d'où l'on tire la variance ;

$$\sigma_X^2 =< X^2 > - < X >^2 = \frac{1}{12}(b-a)^2.$$

b) On suppose que les erreurs d'arrondi sont aléatoires et uniformément réparties sur un intervalle de 1 mm. L'écart-type sur la mesure d'une position est alors de $1/\sqrt{12}$ mm. Comme il faut deux mesures pour déterminer une longueur, la variance totale est la somme des variances individuelles ; l'écart-type sur la longueur sera $\sqrt{2/12} = 0{,}41$ mm.