Retour
au site web

Exercice 15-5 : Calcul d'intégrales

Soit x une variable aléatoire de moyenne μ et d'écart type σ ; ces deux paramètres de la distribution de x sont inconnus. Nous nous sommes procurés n réalisations de x. Nous savons que la moyenne d'échantillon, $\bar{x} = (x_1 + x_2 + \cdots + x_n)/n$ est un estimateur sans biais de μ. En effet, $< \bar{x} >= (< x_1 > + \cdots + < x_n >)/n = n\mu/n = \mu$. On démontrerait de façon analogue que la variance de $\bar{x}$ est $\sigma^2_{\bar{x}} = \sigma^2/n$.

Nous considérons maintenant que $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sont des nombres aléatoires indépendants issus d'une distribution uniforme sur $[0, 1]$. Nous voulons calculer l'intégrale

$$J = \int_0^1 f(x)dx$$

en supposant que $f \in L^2(0, 1)$ (le carré de f est intégrable sur $[0, 1]$). Les nombres $f(x_i)$, $i = 1, \ldots, n$ sont des variables aléatoires indépendantes. Chacune de ces variables a pour valeur moyenne J. Nous en déduisons que la quantité

$$\bar{f} = \frac{1}{n}\sum_1^n f(x_i)$$

est un estimateur sans biais de J.