Retour
au site web

Exercice 3-5 : Système d'unités de Hartree

a) Imposer les valeurs de deux grandeurs mécaniques est toujours possible puisque l'on dispose de trois grandeurs fondamentales (mètre, kilogramme, seconde). La dernière condition est aussi réalisable puisqu'elle revient à modifier la quatrième grandeur fondamentale (Ampère) du Système International.

b) La méthode à suivre est identique à celle mise en oeuvre à la question 3-3(b). Pour mettre en équation le modèle de Bohr, on écrit que la force d'attraction électrostatique est égale à m_e fois la composante radiale de l'accélération :

$$\frac{e^2}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r}.$$

On a posé

$$e^2 \equiv \frac{q_e^2}{4\pi\varepsilon_0} = 1{,}5188\,10^{-14} \text{ SI}.$$

D'autre part, le mouvement est à accélération centrale, il est donc plan et la composante du moment cinétique normale à ce plan est constante ; pour un mouvement circulaire uniforme, elle vaut $m_e vr$. Dans le modèle de Bohr, cette quantité est quantifiée et vaut $\hbar$ pour l'état de plus faible énergie.

On tire immédiatement $v = e^2/\hbar = 2{,}26\,10^6$ m/s. Le rayon de l'orbite est donné par

$$r = e^2/m_e v^2 = \hbar^2/m_e e^2 \equiv a_0 = 52{,}9 \text{ pm}.$$

L'énergie potentielle est $E_p = -e^2/r = -m_e e^4/\hbar^2$. L'énergie cinétique s'écrit $E_c = \frac{1}{2} m_e v^2 = m_e e^4/2\hbar^2$. De ces deux expressions, on déduit la valeur de l'énergie totale de l'électron : $E_t = E_p + E_c = -m_e e^4/2\hbar^2$ qui vaut, en electron-volt, $-13{,}6$ eV.

Le temps mis par l'électron à parcourir la distance r est $t = r/v = \hbar^3/m_e e^4 = 2{,}341\,10^{-17}$ s.

c) Si on impose $\hbar = m_e = e = 1$, on voit que r, v, t, E_p sont tous égaux à l'unité : ce sont les unités du système de Hartree. L'unité de longueur est $r = 52{,}9$ pm, l'unité de temps vaut 0,02341 femtoseconde.