Exercice 4-2 : Interpolation linéaire vs quadratique

Les pivots n'étant pas équidistants, il est commode de construire le polynôme de Lagrange.

a) On choisit les pivots $x_0 = 4861$ et $x_1 = 5896$ qui encadrent la longueur d'onde pour laquelle on cherche l'indice. La formule d'interpolation s'écrit

$$L(5000) = \frac{5000 - 5896}{4861 - 5896} 1{,}6062 + \frac{5000 - 4861}{5896 - 4861} 1{,}5923.$$

On trouve $n(5000) = L(5000) = 1{,}6043$.

b) L'interpolation quadratique fait appel au même procédé, en plus laborieux. On choisit les pivots $x_0 = 4358$, $x_1 = 4861$ et $x_2 = 5896$ et on écrit

$$\begin{aligned} L(x) &= \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} n_0 + \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} n_1 \\ &+ \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} n_2 \end{aligned}$$

ou encore

$$\begin{aligned} n(5000) &= \frac{(5000 - 4861)(5000 - 5896)}{(4358 - 4861)(4358 - 5896)} 1{,}6174 \\ &+ \frac{(5000 - 4358)(5000 - 5896)}{(4861 - 4358)(4461 - 5896)} 1{,}6062 \\ &+ \frac{(5000 - 4358)(5000 - 4861)}{(5896 - 4358)(5896 - 4861)} 1{,}5923 \\ &= -0{,}260385 + 1{,}77474 + 0{,}089264. \end{aligned}$$

On trouve finalement $n(5000) = 1{,}6036$.