Retour au site web

Exercice 9-1 : Transformée de Fourier discrète

Appliquons la définition de la TFD à la suite $a = [1, 0, 0, 1]$ (dont la transformée sera notée A), avec $N = 4$

$$A_k = \sum_0^{N-1} a_n e^{-2i\pi kn/N} = \sum_0^{3} a_n e^{-i\pi kn/2},$$

soit

$$\begin{aligned}
A_0 &= a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 2, \\
A_1 &= 1 + 0 + 0 + e^{-3i\pi/2} = 1 + i, \\
A_2 &= 1 + 0 + 0 + e^{-6i\pi/2} = 0, \\
A_3 &= 1 + 0 + 0 + e^{-9i\pi/2} = 1 - i.
\end{aligned}$$

La TF inverse de $B = [2, -1 - i, 0, -1 + i]$ s'écrit

$$b_n = \frac{1}{N} \sum_0^{N-1} B_k e^{2i\pi kn/N} = \frac{1}{4} \sum_0^{3} B_k e^{i\pi kn/2},$$

d'où

$$\begin{aligned}
b_0 &= \frac{1}{4}[B_0 + B_1 + B_2 + B_3] = 0, \\
b_1 &= \frac{1}{4}[B_0 + e^{i\pi/2} B_1 + e^{i\pi} B_2 + e^{3i\pi/2} B_3 \\
&= \frac{1}{4}[2 - i + 1 + 0 + +i + 1] = 1, \\
b_2 &= \frac{1}{4}[2 + 1 + i + 0 + 1 - i] = 1, \\
b_3 &= \frac{1}{4}[B_0 + e^{3i\pi/2} B_1 + e^{6i\pi/2} B_2 + e^{9i\pi/2} B_3] = 0.
\end{aligned}$$