Retour au site web

Exercice 9-2 : Transformée de Fourier discrète et somme d'une suite de valeurs

On utilise la relation

$$\begin{aligned}\sum_{n=0}^{N-1} e^{-2i\pi nk/N} &= \begin{cases} N & \text{si } k=0, \\ \frac{1-e^{2i\pi k}}{1-e^{2i\pi k/N}}=0 & \text{sinon} \end{cases} \\ &= N\delta_{k0}.\end{aligned}$$

Puis

$$\begin{aligned}\sum_{n=0}^{N-1} f_n &= \sum_{n=0}^{N-1}\left[\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} e^{2i\pi nk/N}F_k\right] \\ &= \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\left[\sum_{n=0}^{N-1} e^{2i\pi kn/N}\right]F_k \\ &= \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} N\delta_{k0}F_k \\ &= F_0.\end{aligned}$$

De même

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{N-1} F_k &= \sum_{k=0}^{N-1}\left[\sum_{n=0}^{N-1} e^{-2i\pi kn/N}f_n\right] \\ &= \sum_{n=0}^{N-1}\left[\sum_{k=0}^{N-1} e^{-2i\pi kn/N}\right]f_n \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} N\delta_{n0}f_n = Nf_0.\end{aligned}$$