

Corrigés d'exercices du Chapitre 7

Exercice 20

Soit f une application lisse de ∂M dans une variété orientable N de même dimension n . Soit ω une forme volume sur N . Alors, d'après la formule de Stokes,

$$\int_{\partial M} f^* \omega = \int_M d(f^* \omega).$$

Mais

$$\int_M d(f^* \omega) = \int_M f^* d\omega = 0$$

pour des raisons de degré.

Attention. Le bord ∂M n'est pas nécessairement connexe, mais chaque composante connexe hérite d'une orientation naturelle à partir de celle de M . Quand l'espace source est non connexe, et réunion disjointe de variétés compactes connexes orientées de même dimension, la théorie du degré se généralise facilement : pour une forme ω de degré maximum sur l'espace but, $\sum_M f^* \omega$ est une somme d'intégrales prises sur chaque composante connexe. On définit le degré comme la somme des degrés des restrictions à chaque composante connexe, et le théorème 7.18 s'étend directement.