

# COMPLEXITÉ ET DÉSORDRE

## ÉLÉMENTS DE RÉFLEXION

Sous la direction de **Jean-Claude S. LÉVY**



17, avenue du Hoggar  
Parc d'Activité de Courtabœuf - BP 112  
91944 Les Ulis Cedex A - France

# Introduction

Le contexte de ce livre est celui de l'activité universitaire, et plus généralement de recherche, actuelle régie par une compétition accrue à l'échelle locale comme à l'échelle mondiale du fait de l'augmentation des partenaires, à la fois démographiquement, et culturellement avec la multiplication des échanges à travers le monde. Ce processus crée simultanément une émulation positive et des réactions de défense ! De la tension ainsi développée entre ces multiples partenaires, il s'en suit bien des sortes de comportements possibles, bien entendu réalisés dans ce foisonnement d'activités. Pour simplifier la représentation de ces activités possibles, nous distinguerons ici une voie classique, analytique, issue de fragmentations successives dans la division du travail et une voie synthétique, moins fréquente, qui tente de dépasser ces antagonismes et dont le principe constitue le moteur de la réunion initiale<sup>1</sup> détaillée ici, même si l'aspect synthétique n'est ici que fragmentaire.

## 1. Démarche analytique

La réponse traditionnelle à la contrainte de compétition consiste en une spécialisation toujours plus intense, la division du travail en fragments de plus en plus spécifiques. C'était déjà un thème d'Emile Durkheim en 1893 [1] un des fondateurs de la sociologie française. Cette spécialisation toujours accrue au cours du développement progressif des spécialités restreint le nombre des partenaires-concurrents aux seuls spécialistes et établit donc un ordre entre quelques participants, proches par leur thématique commune même s'ils sont éloignés géographiquement. Un moteur supplémentaire de la spécialisation thématique est bien entendu la possibilité d'applications gratifiantes. Là encore la restriction du partage à un nombre étroit de partenaires favorise cette spécialisation, ce fractionnement. Ainsi un enchaînement en cascades de spécialisations successives crée une forte structuration de l'espace-temps des partenaires réunis en réseaux et soumis à des réunions fréquentes pour accroître rapidement l'efficacité du processus. Au fur et à mesure du développement de ce réseau, sa structuration s'accroît encore à son tour avec une sélection de plus en plus pointue... Une telle approche extrêmement spécialisée, compétitive, même si elle est efficace pratiquement, s'avère quand même *desséchante* en ce sens qu'elle nous amène à considérer des objets, des thématiques extrêmement lointaines de nous et de notre environnement direct, de telle sorte que nous n'avons que peu

---

<sup>1</sup> Journées *Complexité-Désordre* organisées par l'Université Paris-Diderot les 26 et 27 juin 2012

d'intérêt direct, d'affinité pour ces sujets extrêmement spécialisés, finalement obscurs au plus grand nombre. C'est l'émergence d'un groupe social au sens des sociologues. Ce phénomène moderne d'aliénation s'accroît encore avec le temps et la spécialisation croissante ainsi développée peut même conduire à l'extinction de la discipline, de la spécialité, en cas de succès comme en cas d'échec, par manque d'intérêt nouveau pour cette spécialité. Bien entendu, nous participons tous à ce mouvement, inexorable. Mais le recours au moins temporaire à des méthodes alternatives ne doit pas être négligé pour renouveler une émulation plus légitime et apporter un peu d'air frais à une démarche qui risque de s'essouffler...

## 2. Démarche synthétique

Une des démarches synthétiques alternatives consiste à associer des points de vue d'origines et de disciplines différentes, encore une fois sur des sujets précis mais dont le contenu sémantique est cette fois assez élargi et riche pour permettre un éventail d'approches différentes et ainsi un large accès à chacun, ce que l'on espère atteindre ici, même si on est loin de la complétude. Il suffit de fait d'atteindre un certain niveau d'ouverture pour amorcer un dialogue plus apaisé. Les exemples de tels sujets rassembleurs en tout genre abondent dans la pratique quotidienne, ici encore, il suffit de leur prêter attention pour les noter.

Ainsi le thème *Turbulence et Déterminisme*, qui est le sujet de livres parus récemment [2], unit naturellement un aspect d'hydrodynamique, et donc de physique, à un sujet bien plus philosophique. Bien évidemment, ce sujet, proche de la thématique *complexité et désordre* qui nous concerne car le désordre est un obstacle au déterminisme, et les mouvements turbulents présentent à la fois une évidente complexité et un certain désordre, s'en différencie quand même par sa restriction à un petit nombre de disciplines.

L'examen de quelques autres exemples plus courants peut nous convaincre à la fois du naturel et de l'efficacité d'une approche synthétique de l'activité de réflexion, un mot qui souligne déjà la multiplicité des images ainsi formées.

D'une façon très générale le thème pratique de la réalisation complète d'un projet de haute technologie comme un avion ou un voilier par exemple, nécessite la participation de nombreuses investigations techniques, scientifiques dans des spécialités diverses comme l'hydrodynamique, l'électronique, la mécanique, mais aussi des investigations de caractère commercial ou social voire juridique dans des spécialités comme la réglementation ou les réglementations locales, les moyens de communication, la prévision des besoins, des ressources... Ces aspects pluridisciplinaires sont nécessairement réunis dans la vie pratique. Ainsi les activités économiques nécessitent à l'évidence la collaboration de nombreux spécialistes de différents horizons pour réaliser une synthèse pratique et potentiellement active de leurs compétences respectives. Donc un dialogue

entre disciplines différentes s'opère, au moins dans certaines conditions, sous la pression économique.

Un autre exemple de thème fédérateur, moins contraint par la nécessité, est le sport ou plutôt l'intérêt qu'une large communauté de lecteurs, de spectateurs éprouve pour le sport. Nous nous attarderons ici à peine sur un exemple type de cet intérêt, à savoir la fascination collective qui s'exerce pour l'effort solitaire de la vingtaine de participants du Vendée Globe. Dans cette action, se conjuguent de façon bien symbolique, tout à la fois la spécialisation ultime de l'individu, rapide dans son action et endurant, la globalisation extrême d'un parcours à l'échelle de la mondialisation : un tour du monde avec des obstacles parmi les plus célèbres et les plus redoutables de la navigation comme le Cap de Bonne Espérance et le Cap Horn, et enfin la longue durée, une autre marque de l'intensité, avec ici une échelle originale, hors norme, puisque l'événement captivant s'étend sur une période de plusieurs mois, période exceptionnellement longue à l'échelle médiatique. Comme précédemment noté pour les autres *regroupements* d'intérêt, les thèmes particuliers accrocheurs de cette aventure sont multiples : dépaysement, technique de navigation extrême, avec des incidences qui peuvent être dramatiques, haute technologie, sport extrême et donc exploit humain. Une telle démarche alternative, synthétique puisqu'elle intervient aussi bien pour des raisons de nécessité pratique que pour des raisons de plaisir, ici le plaisir du spectateur, a donc un fondement naturel profond.

Dans un esprit assez semblable d'universalité, mais ici plus spécifiquement de réflexion, la *World History* ou la *Global History* issue des initiatives relativement récentes des historiens pour rendre compte de façon réaliste des problèmes qui existent à l'échelle de la planète comme de ceux qui unissent colons et colonisés, ou de ceux que partagent les multiples acteurs d'une époque de changement, par exemple, la découverte du *Nouveau Monde*, bénéficie aussi de l'enrichissement mutuel de points de vue différents. Au foisonnement des détails apportés par la recherche historique récente bien documentée, elle ajoute l'aspect synthétique d'une vue plurielle et donc nécessairement dosée, confrontée à d'autres points de vue qui pourraient être divergents, voire contradictoires. La complémentarité des approches, même si elle n'est pas complète, est la clé de cette vision panoramique nouvelle.

Au vu de ces exemples, cet aspect synthétique, global, apparaît naturel dans son élaboration et prometteur par ses résultats. Il justifie pleinement le choix d'un thème fédérateur présenté ici d'une telle approche, au prix d'une réelle diversité et avec l'avantage d'une large accessibilité à un public qui peut ainsi se questionner sur ces efforts expliqués à tous. La question subsidiaire qui se pose ici est : doit-on atteindre une réelle complétude de cette étude ou bien une sérieuse complémentarité suffit-elle à assurer le désenclavement espéré ? La réponse est presque contenue dans la formulation de la question. Le désenclavement est vite atteint par au moins deux ou trois approches bien distinctes. La complétude, si elle a un sens et si elle est atteignable, ne peut pas être

l'objectif premier. Par conséquent l'aspect fragmentaire et bien entendu très incomplet du présent ouvrage suffit quand même à lui assurer ce caractère d'ouverture, de liberté qui est le but de cette opération.

### 3. Le thème *complexité et désordre*

#### 3.1. Le choix du thème

Expliquons maintenant le choix du thème *complexité et désordre* comme thème fédérateur. La raison de ce choix a déjà été énoncée, il s'agit de trouver un élargissement naturel d'un thème local de travail, ce qui nous amène à considérer comment ce choix s'est développé *historiquement* à partir des thèmes d'étude que nous pratiquons au quotidien, disons pour donner un repère, la physique du magnétisme. Bien entendu les possibilités d'élargissement sont multiples : on peut ainsi remonter les étapes de la spécialisation, c'est une voie assez triviale. Il semble plus intéressant d'élargir le thème à partir d'une des lectures originales possibles de nos résultats. Et en profitant de cette perspective historique, on peut voir que ce choix est réellement multiple.

Ainsi en 2010, selon un procédé évidemment semblable, nous avons organisé à l'Université Paris Diderot des journées *tourbillons, spirales et labyrinthes* qui groupaient donc déjà autour d'un thème fédérateur, cette fois-ci particulièrement imagé, de nombreux participants. Un point de départ était les tourbillons magnétiques et les domaines magnétiques en forme de labyrinthe, et le support imagé du thème retenu se prêtait à bien des généralisations concrètes. Ce thème d'ailleurs aussi proche du thème *turbulence et déterminisme*, avait effectivement suscité bien des intérêts puisqu'il nous avait mené de la météorologie à la danse en passant par le cinéma, le *Land Art* et la psychanalyse, avec bien entendu les structures magnétiques comme les tourbillons atmosphériques ou hydrodynamiques comme étapes intermédiaires. Le point de départ de cette réunion se trouvait déjà être les structures magnétiques à la fois dans leur complexité et dans la place qu'elles laissent au hasard.

La voie à choisir pour cette nouvelle étape de généralisation se devait donc d'être plus abstraite pour ouvrir une nouvelle brèche originale, une nouvelle gamme, tout en s'appuyant aussi sur l'expérience d'une réflexion précise pour avoir un point de départ qui soit un point de référence concret. Et le thème complexité versus désordre a bien à la fois un caractère abstrait et une origine marquée au moins dans le magnétisme où les domaines magnétiques s'enchevêtrent d'une façon complexe en laissant la part à de multiples possibilités. Cette notion de désordre a vraiment un long parcours en physique puisqu'elle fut déjà introduite par Epicure critiquant l'approche de Démocrite !

Depuis longtemps ces thèmes de complexité et désordre ont fait l'objet d'un grand nombre d'études, de livres. L'originalité de ce livre tient à son ouverture sur l'actualité la plus récente, l'actualité en devenir en quelque sorte, en essayant malgré cela d'être

accessible à tous, avec un large éventail de disciplines, sans le souci de bâtir une hiérarchie, mais en créant des rencontres stimulantes et fructueuses.

### 3.2. Complexité du désordre

Pour en revenir à un point de vue général, ce thème complexité et désordre fait écho à un point de vue bien développé dans la connaissance actuelle. Ainsi dès la première réalisation d'une marche au hasard où un marcheur change aléatoirement de direction à chaque pas, une marche *d'ivrogne*, un cas type de mouvement Brownien (observé dès 1827), on saisit la complexité de ce mouvement, d'où l'idée porteuse de la proximité entre hasard et complexité. Jean Perrin écrivait à propos du mouvement Brownien que *c'est un cas où il est vraiment naturel de penser à ces fonctions continues sans dérivées*, soulignant un lien naturel entre biologie et mathématiques. De cette observation initiale, on perçoit tout de suite qu'une idée bien présente universellement est qu'une trajectoire aléatoire est extrêmement complexe. Pour donner un exemple bien concret de cette situation confuse, la complexité des peintures dirigées par la queue d'un âne, soumis à quelques contraintes pratiques, a été vraiment reconnue. En effet ces peintures, inspirées avec humour par les surréalistes, montrent une réelle complexité qui a mystifié bien des collectionneurs au point qu'elles ont été souvent considérées comme des œuvres abstraites ! Bien des artistes ont aussi joué avec la représentation du désordre, à commencer par Paolo Uccello, un maître de la perspective, dont André Breton a souligné l'aspect *désordre géométrique* des trois panneaux de la *Bataille de San Romano* (1456-58) et la fantaisie des couleurs.

### 3.3. Nuance entre complexité et désordre

A l'inverse, quand un mouvement, une trajectoire est complexe, on peut en première approximation expliquer cette trajectoire comme un fait du hasard. C'est la démarche initiale commune où le hasard permet d'expliquer bien des choses. Bien entendu une telle explication systématique de la complexité par une réalisation due au hasard est une sorte de degré zéro de l'explication scientifique. Tout ce qui est un peu complexe serait dû au hasard ! De cette position paradoxale du complexe et de l'aléatoire, on déduit une suite de problématiques : Peut-on distinguer entre hasard et complexité ? Comment et par quels critères pratiques distinguer entre hasard et complexité ? Existe-t-il des conditions pratiques où une nécessité complexe donne lieu à toutes les possibilités du hasard ou au moins à certaines, et alors dans quels cas ? On retrouve ici les problèmes de la théorie du chaos, une preuve de la richesse de cette thématique. On s'aperçoit aussi en considérant l'histoire des découvertes récentes de structures atomiques et moléculaires que les avis sur la nature de ces structures ont souvent changé ou foisonné au cours du temps avant de prendre une interprétation stable, au moins pour quelque temps, à l'image des faits sociologiques dont la stabilité n'est pas nécessairement éternelle. Les exemples de découverte *tardive* de structures complexes comme celui de la structure de

l'ADN dans les années cinquante ne manquent pas. Donc cette distinction entre complexité et désordre garde bien un caractère actuel.

### 3.4. Complexité et désordre observés

Une autre remarque sur le thème *complexité et désordre*, proche des considérations précédentes, s'ouvre sur une réalité plus large et souligne l'importance *numérique*, le poids du hasard et de l'altérité. Elle est suggérée par le titre d'un *poème* de Stéphane Mallarmé : *Un coup de dés jamais n'abolira le hasard*. Ce titre à rebond puisque l'origine même du mot hasard serait un mot arabe qui signifie dé, insiste sur la puissance *entropique* du hasard où l'entropie, cette fonction importante, essentielle de la thermodynamique mesure le nombre de possibilités dues au hasard, compte tenu des contraintes du système. Une succession de tirages de dés présente une complexité évidente et évoque aussi quantité d'aléas possibles, dénombrés par une fonction comme l'entropie.

En posant ce problème et en questionnant ses résonances de tout ordre, on soulève ainsi celui du hasard des rencontres, du vivant, de l'écrit, même si les contraintes qui restreignent à chaque fois la part du hasard sont réelles, et on atteint ainsi une problématique riche et fructueuse dans la confrontation entre hasard et contrainte. Au-delà des thèmes scientifiques déjà cités, de nombreux scénarios classiques ou actuels utilisent des coups de dé virtuels, comme les comédies ou tragédies utilisent des coups de théâtre pour faire progresser l'action. Mieux, les événements réels de l'histoire, eux-mêmes, semblent aussi liés à des stratégies souvent aléatoires, à des paris risqués de leurs acteurs. Aussi la problématique de complexité versus désordre aboutit ainsi à un point de vue proche de chaque individu dans son quotidien, dans son vécu, ce qui est évidemment un critère de pertinence de sa généralité et de son efficacité pratique.

### 3.5. Complexité et désordre en magnétisme

Une question subsidiaire, mais d'importance, est la signification locale de cette problématique, ici l'implication locale pour la physique du magnétisme par exemple, pour en revenir à notre thème initial. C'est une question importante, car la vitalité d'une telle confrontation entre disciplines différentes ne peut résulter que de l'intérêt réel, passionné, de chacune des parties et non d'un intérêt fictif ou de convention. Les raisons d'un tel intérêt pour le caractère à la fois complexe et aléatoire du magnétisme sont nombreuses. Précisons déjà au moins quelques voies avant de les aborder plus loin dans le corps de l'ouvrage.

La première complexité connue est probablement *l'ordre magnétique* tel qu'on peut le révéler en plaçant de la limaille de fer, des grains de fer, dans une région *magnétique*, par exemple près d'un ou de plusieurs aimants. Comme l'aiguille de la boussole, les grains de limaille s'orientent dans le champ magnétique ainsi créé. La structure globale de ces grains orientés, déployés en boucles, est à l'évidence complexe. L'observation fine de

telles structures par les techniques de microscopie sur des corps magnétiques révèle une complexité telle que l'on ne peut la reconstituer par des règles simples et donc le hasard prend sa place dans de telles constructions.

D'autre part, depuis assez longtemps, les années cinquante en fait, les méthodes de trempe rapide, de refroidissement rapide, ont permis de stabiliser des phases denses de mélanges métalliques de plus en plus nombreuses et de plus en plus diverses. Nombre d'entre elles ont été nommées, à juste titre, des *verres métalliques*, en ce sens qu'elles présentent un réel désordre, même si très localement, elles présentent un caractère ordonné. Et nombre de ces phases sont aussi magnétiques. Certaines des phases ainsi observées même dans des matériaux magnétiques se sont révélées être des *quasi-cristaux*, c'est-à-dire que ce ne sont ni des cristaux parfaitement ordonnés, ni des verres assez désordonnés, mais des structures intermédiaires caractérisées par des propriétés de symétrie originales qui se développent dans tout l'espace et déploient un ordre complexe. Daniel Shechtman a d'ailleurs reçu en 2011 le prix Nobel de chimie pour la découverte expérimentale des quasi-cristaux publiée en 1984. Depuis, les progrès techniques ont permis de réaliser des composés magnétiques de structure pratiquement arbitraire : des multicouches, et Albert Fert a reçu le prix Nobel pour la magnétorésistance géante de multicouches magnétiques, et bien d'autres composés comme des plots de toute taille disposés de bien des façons. On peut jouer à volonté sur une gamme presque infinie de structures plus ou moins complexes, plus ou moins désordonnées.

Une particularité du magnétisme est qu'en première approximation, en négligeant la magnétostriction, le magnétisme n'interfère pas avec la structure du matériau, mais son organisation *magnétique* en dépend. Un tel découplage des propriétés magnétiques de la structure rend l'étude du magnétisme plus simple que l'étude d'autres propriétés. Dès lors l'étude du magnétisme de ces structures peut servir de sonde à la complexité ou au désordre de la structure sous-jacente. Du coup le magnétisme, passe du rang d'une propriété spécifique à un statut de modèle d'étude.

L'interaction à longue portée qu'est l'interaction dipôle-dipôle aligne l'aiguille aimantée de la boussole sur le champ magnétique terrestre. Comme la boussole, cette interaction complexe est évidemment bien connue depuis longtemps. Cette interaction fait directement écho à la gravitation, à l'interaction électrique et à l'interaction élastique qui sont des composantes importantes de la nature. *De telles interactions à longue portée sont sources de conflit*. Ainsi, dès que plusieurs aimants sont présents et interagissent entre eux, un cas évidemment banal, mais compliqué, comme nous le remarquons déjà plus tôt, ces aimants peuvent prendre plusieurs orientations respectives. De la situation de conflit, de *frustration* qui en résulte, nombre de configurations à peu près équivalentes peuvent surgir selon les aléas de la préparation. Cette situation indéterminée peut constituer une bonne approche du hasard, à l'échelle où la complexité de cette interaction mène à plusieurs situations possibles à peu près équivalentes.

Evidemment les *propriétés dynamiques* d'une telle situation de conflit semblent fascinantes. Comment passer d'une configuration assez stable à une autre ? La dynamique de cette situation de conflit peut être étudiée aussi bien pour des petits objets, de minuscules plots magnétiques, des aimants extrêmement petits, ce qui nous intéresse directement, que pour des objets énormes comme la terre ou le soleil où le milieu bien sûr inhomogène et en mouvement reste soumis à ces interactions à effets lointains, ici des retournements de champ magnétique. Malgré le changement d'échelle, c'est évidemment le caractère à longue portée de l'interaction qui domine dans ces différents cas. Ce type d'interaction à longue portée est fréquent dans la nature et pour prendre un exemple, la turbulence en hydrodynamique est régie par des contraintes qui agissent ainsi à longue distance. Aussi la magnéto hydrodynamique d'un objet tel que le soleil est riche de quantité de questions entre ces interactions en compétition. Pour résumer ce type extrêmement varié de situations on peut dire que de telles contraintes contradictoires donnent une bonne approche d'un désordre fait de structures complexes comme des tourbillons et d'autres *défauts topologiques* comme le sont les associations de tourbillons. C'est un sujet riche qui mérite un vrai développement, au-delà de ces quelques lignes d'introduction.

### 3.6. L'aspect numérique de la complexité et du désordre

La notion courante de complexité et de désordre provient de quelques constatations simples. La terre compte une dizaine de milliards d'individus, un nombre pharamineux, comment s'organisent-ils, comment leur histoire s'est développée ? Quelle est la part de spontanéité, de liberté, de désordre laissée à chacun et comment se manifeste leur évolution ? L'organisation des fédérations, des états, des régions, des villes, leur évolution, est en question.

De même un cerveau humain contient une dizaine voire une centaine de milliards de neurones. Comment ces neurones s'organisent-ils pour satisfaire à de multiples fonctions ? Comment peuvent-ils fonctionner et évoluer au cours de leur développement et de leur activité malgré bien des aléas ? Le jeu entre complexité structurée et désordre semble bien nécessaire dans tous ces cas de figure.

Le nombre des astres contenus dans l'univers ou des atomes contenus dans un objet ou dans la terre est aussi extrêmement grand et cela suggère aussi, bien des jeux entre complexité structurée et hasard. Que ce soit à l'échelle cosmique ou à l'échelle nanométrique ce jeu entre complexité et désordre est inévitable.

Dès lors notre point d'introduction, le magnétisme, paraît diablement fragile et ténu. C'est un énorme défi de faire face à une telle variété d'approches. Deux éléments au moins favorisent quand même ces rapprochements. L'aspect *grands nombres* introduit les mathématiques et la statistique comme éléments unificateurs de ces thèmes avec les *entropies* pour repère. D'autre part la référence à une interaction à longue portée, à des

éléments donnant lieu à une structuration, même de façon contradictoire ou frustrante comme c'est le cas de l'interaction dipolaire, introduit bien un tel débat dans son principe. Etant donné l'étendue du problème, les réponses ne peuvent être que partielles et fragmentaires, diverses et donc peu homogènes. C'est au lecteur et donc aussi à cette introduction de montrer des points, des lignes de cohérence dans cette masse de problèmes et d'en dégager des perspectives de modélisation comme d'observation.

### 3.7. Un thème fédérateur de ces communications : l'existence de différents niveaux de désordre

Un point important rapproche ces communications : la reconnaissance de l'existence de différents niveaux de désordre avec même de nombreuses tentatives pour quantifier ces niveaux de désordre. C'est tout d'abord le cas pour le sociologue Michel Grossetti qui autour du principe de précaution si ancré dans l'actualité, montre que tous les risques ne sont pas identiques et que l'on peut les classer selon une hiérarchie qui rappelle un peu celle des niveaux de *falsification* des théories scientifiques introduits par Karl Popper. Les mathématiciens Maurice Courbage et Hervé Zwirn nous montrent que les systèmes dynamiques et les automates cellulaires présentent des déploiements de trajectoire dans l'espace standard. Et on peut souvent quantifier ces déploiements à l'aide de fonctions qualifiées du titre générique d'entropies.

D'une façon duale, symétrique en quelque sorte, le physicien Pascal Monceau montre que des structures présentant différents niveaux de désordre virtuel, en ce sens que leur état désordonné n'est réalisé qu'en un exemplaire, munies d'une interaction standard, conduisent à des propriétés spectrales, magnétiques en l'occurrence, qui permettent de repérer voire de classer leurs niveaux virtuels de désordre avec une grande finesse, compte tenu de l'extrême variété des structures considérées. Dans son étude des propriétés optiques des ailes d'insectes, le physicien et aussi biologiste Serge Berthier montre les compromis réalisés dans la nature entre les différentes propriétés des ailes d'insecte et aussi les entropies de configuration qui correspondent à ces réalisations où l'on observe différents niveaux de désordre.

En magnétisme Philippe Depondt montre les propriétés dynamiques d'un défaut topologique hors d'équilibre et le niveau de désordre qui en résulte. Le biologiste Raymond Pictet rappelle que l'évolution biologique repose sur deux niveaux de désordre différents, celui des mutations génétiques et celui, postérieur de la sélection par la reproduction. Ces deux processus aux échelles de temps très différentes donnent une grande flexibilité au déploiement de l'évolution. Il ajoute que l'évolution du langage est aussi soumise à une telle régulation-adaptation en deux mouvements de création et sélection. Enfin dans l'organisation de la vie communale Jean-Louis Brousse montre comment la complexité, mesurable en nombre d'emplois, de tâches, de relations, a

évolué au cours du temps durant ces cinquante dernières années en multipliant les niveaux de structuration.

Autrement dit la distinction entre différents niveaux de désordre est largement constatée dans de nombreuses disciplines et les façons d'évaluer leurs richesses respectives, ces fonctions d'*entropie* sont assez proches et toujours essentielles. Ce rapprochement souhaitable est effectivement réalisé sans violence, même si a priori il n'était pas évident.

## 4. Le contenu

L'intérêt de ce volume est de mélanger les disciplines tout en leur gardant leur authenticité, leur personnalité. Pratiquement une possibilité de classement des communications selon de tels critères généraux est :

I - Puissance et diversité de l'aléatoire, ou les limites entre complexité et désordre : classement et énumération,

II - Les transitions de phase *dynamiques* où des situations de complexités différentes durent un certain temps.

Introduisons donc brièvement les communications dans l'ordre de la table des matières en soulignant les points de convergence entre auteurs et entre disciplines.

Chapitre 1 : Yves **Pomeau** et Martine **Le Berre** montrent que l'histoire peut se comprendre comme une succession de transitions de phase dynamiques, hors d'états d'équilibre, que ce soit l'histoire humaine avec ses révolutions ou ses crises ou l'histoire naturelle avec ses catastrophes comme les tremblements de terre ou les raz de marée. Et l'étude fine qu'ils proposent des modèles de ces transitions permet de mettre en évidence l'existence de signes avant coureurs de ces transitions dynamiques et donc d'indicateurs de catastrophes à venir. C'est un sujet passionnant, riche de promesses, qui s'attache au thème des transitions de phase dynamiques (II).

Chapitre 2 : Hervé **Zwirn** présente une vue très synthétique des problèmes de chaos en considérant les automates cellulaires et en s'attachant à souligner les parentés et oppositions entre désordre et complexité. Son étude fine de l'évolution des automates cellulaires montre une exceptionnelle variété de comportements (I).

Chapitre 3 : Philippe **Depondt** et Jean-Claude **Lévy** présentent l'étude numérique par méthode de Langevin des propriétés statiques et dynamiques d'un système simple, un petit plot magnétique plat. La richesse des propriétés de ce système simple est étonnante dans un espace si petit : formation de tourbillons magnétiques polaires ou non, renversement spontané et chaotique de la polarité de ces tourbillons magnétiques, systèmes de tourbillons magnétiques en mouvement... La simulation numérique développée à ce propos permet de révéler et d'interpréter des situations difficilement observables dans la réalité, et récemment observées selon des techniques de haute résolution

grâce à l'appui de ces modélisations. Ceci permet de mieux situer les rapports étroits entre complexité et désordre (I et II).

Chapitre 4 : Jean-Claude **Lévy** rappelle que la complexité des structures magnétiques est en partie due à l'interaction entre dipôles magnétiques, une interaction à longue distance qui mène à la présence de multiples boucles magnétiques. L'auteur montre ensuite que les problèmes de câblage des réseaux neuronaux, où l'activité des neurones peut être considérée comme une propriété isolée, comme l'état d'aimantation d'un système, peuvent être traités avec une approche statistique proche du magnétisme et en déduit une structuration des réseaux neuronaux en domaines en rubans labyrinthiques, conformes à l'observation clinique (I).

Chapitre 5 : Serge **Berthier** montre les fascinantes propriétés physiques de matériaux biologiques, ici les structures photoniques des ailes d'insecte. Ces structures qui donnent lieu à des réalisations biomimétiques ont une nature complexe à plusieurs fonctions simultanées, comme la couleur avec ses superbes propriétés d'iridescence, l'isolation thermique et le vol, le tout avec une chimie minimaliste. Des analyses multi-échelles révèlent à la fois la complexité de la construction et les parts laissées au hasard. Et la simulation permet de comprendre comment ces propriétés pratiques sont effectivement obtenues. C'est un nouvel aspect du rapport entre complexité et désordre (I).

Chapitre 6 : Raymond **Pictet** donne une vue globale de la biologie en montrant l'association permanente entre mécanismes introduisant un ordre complexe et mécanismes introduisant du bruit, le tout faisant face aux circonstances extérieures avec succès ou non, la sélection. Raymond Pictet montre que les mêmes mécanismes interviennent dans la communication et en particulier le langage, avec des propriétés de multiplicité de sens selon les groupes d'activité. C'est un nouveau double aspect du rapport entre complexité et désordre (I).

Chapitre 7 : Michel **Grossetti** étudie finement la notion de risque et d'imprévisibilité dans les sciences sociales en dégageant une hiérarchie de classes d'équivalence entre les situations dites à risque. Il montre aussi que ce classement des niveaux de risque intervient effectivement dans la réalité quotidienne des acteurs sociaux où ce classement prend tout son sens (I). Ce repérage est l'amorce d'une mesure.

Chapitre 8 : Damien **Serre** présente le problème pratique de l'organisation d'une ville complexe en soulignant la question très actuelle du traitement des zones à risques. Le risque considéré ici est celui d'inondation et il montre combien, par exemple le quartier situé à l'est de la gare d'Austerlitz, a été une zone à risques et comment il a été traité au cours des derniers siècles jusqu'à la rénovation de Paris Rive Gauche et son avenir (II). Ces problèmes de croissance urbaine en présence de contraintes géographiques sont tout à fait cruciaux et montrent bien le jeu délicat entre complexité et risque.

Chapitre 9 : Jean-Louis **Brousse** nous présente l'aspect concret du jeu entre complexité et désordre dans la gestion d'une commune située dans un environnement rural. Il montre tout d'abord la complexité du système municipal avec ses multiples niveaux d'action anciens et nouveaux, commune, communauté de communes, canton, département, région, ses services d'aide sociale, de transports et d'animation, d'associations. Cette complexité difficile à gérer mène souvent au désordre (I et II). L'évolution temporelle entraîne souvent une croissance de la complexité, car il est difficile d'effacer les étapes antérieures. Un deuxième lieu d'action est l'urbanisation où les contraintes, souvent antagonistes, sont un facteur de complexité et de désordre.

Chapitre 10 : Maurice **Courbage** nous montre comment on peut mesurer la complexité de systèmes dynamiques, d'automates cellulaires en introduisant une entropie qui mesure l'épanouissement d'un bouquet de trajectoires. Il considère ensuite de nombreux exemples raffinés de telles entropies spécifiques (I). Ce travail très fondamental sur l'entropie des systèmes dynamiques est évidemment à rapprocher de celui de Hervé Zwirn.

Chapitre 11 : Pascal **Monceau** étudie les propriétés magnétiques spectrales et critiques des fractals, des systèmes invariants d'échelle, de densité nulle ou très faible en général, tout à fait réalisables actuellement et en cours de réalisation. Différents niveaux de désordre sont introduits dans ces systèmes artificiels. Selon ce niveau de désordre, les propriétés du spectre d'excitation de ces systèmes, pour des interactions entre proches voisins, sont radicalement différentes. Des résultats expérimentaux récents (2015) confirment son étude théorique. Les propriétés critiques du magnétisme de ces systèmes, c'est-à-dire les propriétés de changement d'ordre magnétique à haute température, sont qualitativement sensibles à ces niveaux de désordre, aux fortes discontinuités introduites par de telles structures lacunaires qui tendent à provoquer un comportement discontinu aussi de l'aimantation de telles structures. Ces propriétés spectrales ou critiques permettent une évaluation directe du niveau de désordre de tels systèmes. Cette observation, nouvelle, puisqu'il s'agit de structures difficilement imaginables auparavant est un peu le dual des observations de Maurice Courbage et de Hervé Zwirn : qui étudie l'effet d'un système dynamique particulier sur un espace standard. Monceau étudie l'effet d'une interaction standard sur un espace particulier et en déduit une mesure, un repère du désordre, de la complexité de cet espace (I).

Chapitre 12 : Enfin Nicolas **Rivier** nous fait pénétrer dans l'univers à la fois complexe et aléatoire des matériaux granulaires secs selon la nature des forces de friction tangentielle entre grains. Cette étude se ramène à celle des graphes correspondant à la structure de ces matériaux, et au dénombrement des longueurs des circuits apparents sur ces graphes. C'est une étude fine du rapport entre complexité et désordre (I).

Le bilan des fragments de ce volume *complexité et désordre* montre à la fois une grande diversité d'approches et de nombreux points forts, l'histoire, l'évolution des systèmes

naturels, la ville, les systèmes physiques. Différents niveaux de désordre sont dégagés, voire quantifiés dans chaque discipline. L'utilisation concrète de ces niveaux de désordre doit donner lieu à une vue plus fine des situations réelles, entre complexité et désordre et ainsi à quantité d'applications de telles nouvelles structures, comme c'est le cas de la magnonique, la construction contrôlée de récepteurs émetteurs d'ondes électromagnétiques. La notion d'interaction à longue portée introduit une perspective dans l'espace des relations, une hiérarchie issue de l'observation, riche de possibilités et de dynamique. Les perspectives dégagées sont nombreuses, de l'évaluation des risques à la recherche en linguistique en passant par des applications biomimétiques

Jean-Claude Lévy, Université Paris Diderot

## Références

- [1] E. Durkheim (1893) *De la division du travail social*, Felix Alcan, Paris ; réimpression (2007), PUF, Paris, 288 p.
- [2] par exemple : M. Lesieur (2008) *Turbulence et déterminisme*, EDP Sciences, 208 p.

# 1 - Complexité statique et dynamique

Yves Pomeau

Groupe de Mécanique et Dynamique des Fluides et Département de Mathématiques, Université d'Arizona ;  
Laboratoire de Physique Statistique, ENS Ulm

Martine Le Berre

Institut des Sciences Moléculaires, Université d'Orsay

## Résumé

---

Nous présentons plusieurs systèmes où la complexité se manifeste dans l'évolution qui s'accélère brusquement après une phase très lente. L'étude précise de cette dynamique montre que certains systèmes présentent, en plus des deux échelles de temps évidentes, la rapide et la lente, une échelle de temps intermédiaire, pendant laquelle on peut prédire le basculement du régime lent au régime rapide. C'est le cas de la transition veille/sommeil, de l'explosion d'une supernova et de sauts observés lors de l'étirement d'un solide mou. Dans d'autres cas, le temps intermédiaire n'est pas bien défini, mais la transition lent-rapide présente des signes précurseurs détectables, ce qui pourrait être le cas pour les tremblements de terre. Notre analyse montre qu'il n'est pas indispensable de tout savoir pour faire des prédictions: des signaux avant-coureurs de catastrophes peuvent exister pendant un certain laps de temps avant qu'elles ne se produisent.

---

En science, le mot complexité réfère souvent, explicitement ou implicitement, à une organisation purement *spatiale* difficile à déchiffrer, avec de multiples échelles, par exemple le réseau de distribution d'électricité d'un état moderne, la disposition des tourbillons d'un écoulement turbulent... Mais il existe un autre aspect où la complexité se manifeste, c'est le domaine *temporel*. Dans ce cas on parle de systèmes dynamiques (qui peuvent être complexes ou pas). Nous décrivons quelques exemples de systèmes évoluant dans le temps pour lesquels la complexité est essentielle, c'est alors une complexité dynamique. Ces systèmes sont complexes car ils contiennent de multiples échelles de temps, ce qui a priori interdit de prédire le futur par simple extrapolation du passé, ce qui est la méthode la plus courante et bien souvent la seule accessible. Cette communication voudrait expliquer que l'existence d'échelles de temps multiples dans une dynamique n'est pas une anomalie, et que l'on peut en tirer parti. En effet nous montrerons comment une analyse rationnelle, mathématique, peut conduire à une stratégie de *prédiction*. A ce sujet nous citerons une expérience récente (voir fig. 1.4 à 1.6) où l'analyse rationnelle a prouvé son efficacité.

## 1.1. Exemples de systèmes dynamiques à échelles de temps multiples

Avant d'aborder l'analyse et la prédiction, citons quelques exemples « naturels » de dynamique complexe à multiples échelles de temps. Le cas le plus remarquable est sans doute celui des supernovae. Une étoile évolue très lentement, sur une échelle de temps de l'ordre du milliard d'années. Il arrive (à peu près une fois tous les 100–200 ans dans notre galaxie qui compte des milliards d'étoiles) que cette étoile explose, c'est le phénomène de supernova. Cette explosion s'accompagne pendant un certain temps (d'une dizaine de jours à plusieurs mois), d'une augmentation fantastique de sa luminosité, qui devient aussi intense que le reste de la galaxie, ou même que plusieurs galaxies (fig. 1.1).

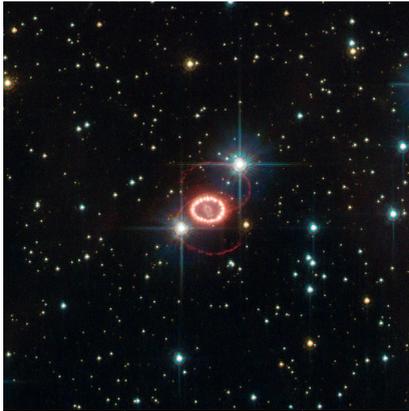


Figure 1.1 - Explosion de l'étoile SN1987A le 24 février 1987 [© ESA/Hubble & NASA]

Depuis l'invention du télescope la dernière supernova observée dans une galaxie satellite de notre Voie lactée (le grand nuage de Magellan, 150 000 années-lumière) date de 1987 (fig. 1.1). Elle fut même visible à l'œil nu depuis l'hémisphère sud. Quelques heures avant l'augmentation de la luminosité, on a détecté une émission de neutrinos durant une dizaine de secondes, produits par la fusion des électrons et des protons durant l'effondrement gravitationnel du cœur de l'étoile. Le rapport des deux échelles de temps (évolution lente de l'étoile par rapport au temps *bref* du cataclysme qui est la durée de la bouffée de neutrinos) est de l'ordre de  $10^{14}$ , un nombre gigantesque. On peut vraiment parler dans ce cas d'échelles de temps bien séparées !

Un autre exemple est celui des grands tremblements de terre. Au même endroit, ils ont lieu à peu près tous les 150–200 ans, alors qu'ils ne durent que quelques dizaines de secondes. Le rapport des temps est ici de l'ordre de  $10^9$ . Citons également le phénomène d'endormissement, qui se place sur un registre beaucoup moins spectaculaire, avec un rapport des temps nettement plus petit : chez un sujet normal le passage de l'état d'éveil à l'état de sommeil (pas le temps passé à compter les moutons, compté comme du temps d'éveil de ce point de vue) se fait en une dizaine de minutes (fig. 1.2), un temps court par rapport aux temps physiologiques normaux, de l'ordre de l'heure au minimum. Nous avons contribué à l'étude de ce phénomène dans le but de prévenir l'endormissement d'un conducteur au volant d'un véhicule. Un autre phénomène brutal en biologie est la crise d'épilepsie. Malgré de très grands efforts il n'a malheureusement pas encore été

possible de le faire entrer dans un schéma explicatif reposant sur la théorie des systèmes dynamiques, à la base des idées que nous allons présenter. Les mondes de la technique et de l'économie nous montrent aussi des exemples de transitions rapides suivant une longue maturation, l'un des plus spectaculaires étant sans doute l'effondrement de la tour Saint Marc en 1902, en quelques secondes, la tour existant depuis plusieurs siècles déjà.

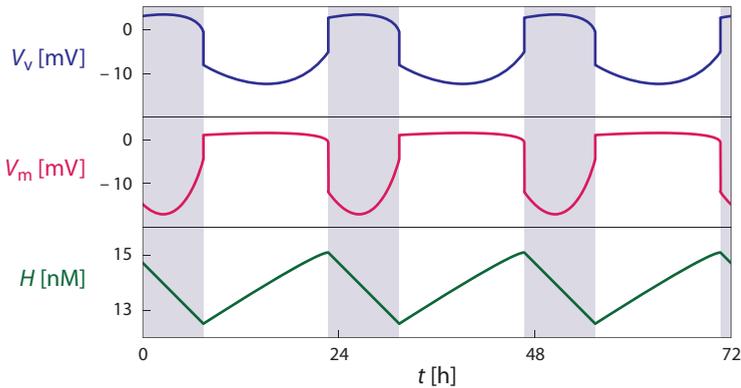


Figure 1.2 - Séries temporelles périodiques du modèle de Phillips-Robinson de la dynamique veille-sommeil

Les potentiels  $V_m$  et  $V_v$  de deux populations de neurones interagissent (via un agent homéostatique  $H$ ) et présentent des longues périodes de veille (zones blanches) et de sommeil (zones grisées) interrompues par des périodes transitoires de 10 minutes.

On peut légitimement se demander si cette courte liste, non exhaustive, de phénomènes brutaux *catastrophiques*, naturels ou pas, n'est pas une liste à la Prévert. Il n'en est rien. L'idée que les révolutions sociales ont une certaine parenté avec les phénomènes physiques de transition remonte au moins à Engels. Dans *l'Anti-Dühring* écrit entre 1876 et 1877, il trace un parallèle perspicace entre révolution sociale ou politique et transition de phase thermodynamique (un bon exemple de *socialisme scientifique*). Engels remarque que la transition de phase (l'ébullition par exemple) n'est qu'une conséquence de l'augmentation de la température, pas d'un changement de nature des molécules liquides individuelles : ce changement quantitatif d'un paramètre suffit à induire un changement qualitatif de l'état d'un système. Cette remarque tout à fait pertinente ne dit rien néanmoins sur la dynamique de ce changement d'état. Elle n'explique pas en particulier le caractère soudain et brutal de ce changement, avec une échelle de temps caractéristique bien plus courte que celle de l'évolution précédant la transition. Nous réfléchissons depuis quelques années à une explication *rationnelle* de ces catastrophes brèves suivant une longue maturation. Notre explication repose sur des arguments mathématiques tirés de la théorie des équations différentielles.

La dynamique des systèmes a une longue histoire. Elle s'efforce de décrire les changements au cours du temps d'une certaine grandeur, par exemple le rayon d'une étoile en train d'exploser pour se transformer en supernova. Notre idée est que cette étoile est

# 5 - Désordre et complexité dans les structures photoniques naturelles : le prix de l'économie et de la multifonctionnalité

Serge Berthier

Institut des Nanosciences de Paris, Sorbonne Universités UPMC ; Université Paris Diderot

## Résumé

---

Le biomimétisme est à la mode. Peut-être l'a-t-on oublié un temps mais la science a longtemps progressé par l'observation de la nature ou des phénomènes naturels (pensons à Léonard de Vinci, pour ne citer qu'un des plus célèbres inventeurs « bio-inspirés »). Les techniques d'observation modernes nous permettent de poursuivre cette quête dans le nano-monde. Les nanostructures naturelles, de par leur immense diversité, constituent une source importante d'inspiration dans de nombreux domaines, et en photonique en particulier, mais au-delà même de cela, la compréhension des forces qui ont conduit à leur développement constitue le véritable enjeu de ces recherches. Que nous apprend-t-elle ?

- Qu'une « bonne » structure est toujours multifonctionnelle (une aile de papillon ne sert qu'accessoirement à voler !).
- Que cette structure est optimisée en moyenne (aucune fonction n'est privilégiée par rapport aux autres).
- Qu'elle est extrêmement économe en moyen (la plupart des structures n'utilisent que 4 à 5 éléments de la classification périodique).

Une telle réalisation ne peut s'obtenir que grâce à la complexité structurale (qui pallie à l'économie de moyens) et à un judicieux degré de désordre qui assure l'optimisation en moyenne et la multifonctionnalité.

Dans une première partie, après un rapide aperçu de l'immense diversité des structures photoniques développées principalement par les insectes (groupe particulièrement dominant dans ce domaine), nous nous attacherons à illustrer ces quelques grands principes vitaux.

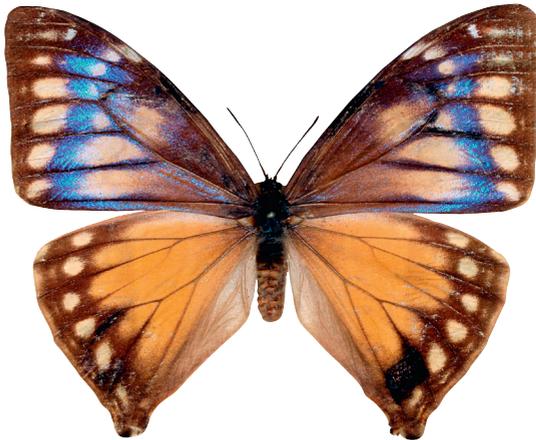
Une seconde partie sera dédiée à la présentation de quelques techniques de caractérisation du désordre de ces structures, toujours multi-échelles, parfois même fractales, ainsi que des techniques de modélisation, elle aussi multi-échelles, de leurs propriétés optiques.

---

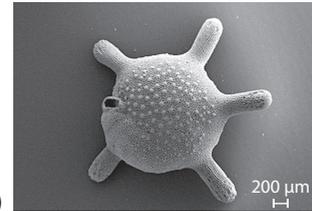
*Désordre et complexité* sont inhérents au processus même de la vie. Les mutations apparaissent de manière aléatoire dans le temps et l'espace puis la sélection opère, des espèces prospèrent ou disparaissent sous l'effet de contraintes extérieures, sans aucun

déterminisme. Cette adaptation permanente à des situations en perpétuelle évolution conduit à des solutions souvent incroyables, quand le processus qui y a conduit est mal compris, mais parfaitement optimisées. Un autre élément moteur de la complexité est l'étonnante pauvreté du monde vivant en éléments structurants. Sur l'ensemble des éléments stables de la classification périodique, les structures naturelles en utilisent moins d'une dizaine (fig. 5.1).

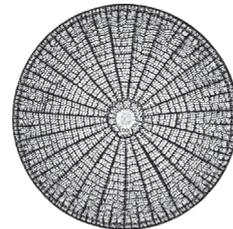
Période	Groupe																							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18						
I	H																	He						
II	Li	Be													C	N	O	F	Ne					
III	Na	Mg											Al	Si	P	S	Cl	A						
IV	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr						
V	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe						
VI	Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt									Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
VII	Fr	Ra	Ac	Th	Pa	U																		



(a)



(b)



(c)

Figure 5.1 - Eléments structurants des organismes vivants

(a) La très grande majorité est constituée des quatre éléments organiques fondamentaux : hydrogène, carbone, oxygène, azote (H, C, O, N) et du phosphore (P) [d'après Berthier, 2010]. Les coquillages (b) utilisent le calcium (Ca). Les diatomées (c) et certaines éponges, la silice (Si) [© Flickr Picturepest, préparation Anne Gleich]

Or il y a beaucoup à faire. Les contraintes extérieures sont nombreuses et touchent à tous les domaines de la physique (optique, mécanique, tribologie, thermique...). Suivant un grand principe d'économie toujours respecté dans le monde vivant, les structures naturelles sont multifonctionnelles (fig. 5.2). Nous nous intéresserons dans ce chapitre aux structures nanométriques et micrométriques que, opticiens, nous qualifierons de *photoniques* semblant ainsi mettre en avant leurs propriétés optiques. Il n'en

est rien en fait, toutes les fonctions assurées par ces structures sont aussi vitales les unes que les autres pour l'organisme et aucune ne doit être privilégiée. L'optimisation *en moyenne* des structures est une autre caractéristique de la nature dans laquelle désordre et complexité jouent un rôle primordial.

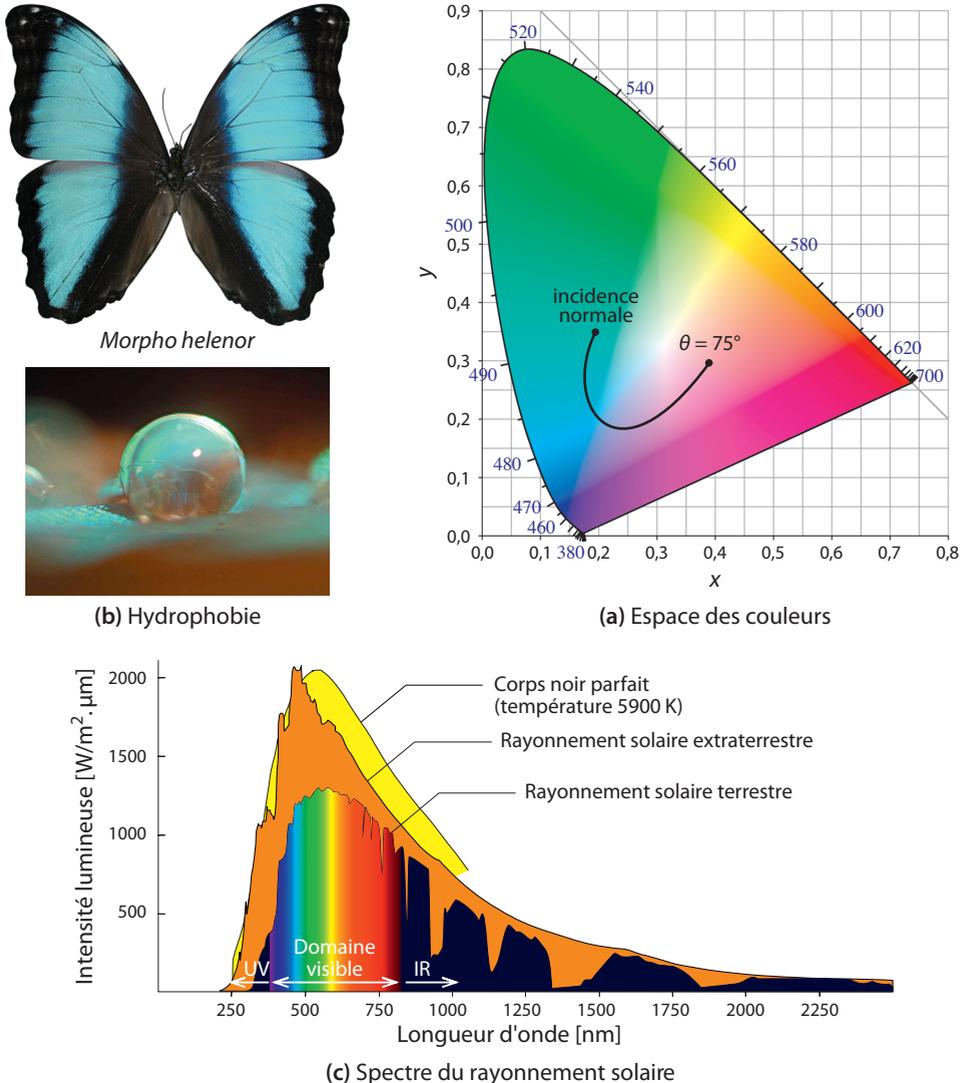


Figure 5.2 - Multifonctionnalité dans une aile de papillon (*Morpho helenor*)

**(a)** La nanostructure est responsable des effets colorés qui sont d'importants vecteurs de communication intra-spécifique chez ce papillon (ex. évolution de la couleur de l'aile durant un battement). **(b)** Elle assure également la super hydrophobie de l'aile et son auto-nettoyage. Elle lutte également contre les bactéries [d'après Berthier, 2010]. **(c)** Elle participe à la gestion thermique du corps en absorbant l'énergie solaire tout en évitant la surchauffe.

## 8.2. Concevoir la résilience urbaine : quelles méthodes pour appréhender la complexité ?

Une méthode d'évaluation de la résilience urbaine est proposée ci-dessous. Elle permet notamment d'identifier les dysfonctionnements possibles des réseaux techniques et ainsi la diffusion des effets des risques en milieu urbain. Afin de pouvoir exploiter la méthode, la mise à disposition d'outils d'aide à la décision en faveur de la résilience urbaine devient donc nécessaire.

### 8.2.1. Analyser et évaluer la résilience urbaine

Les réseaux techniques urbains propagent les risques en ville par des dysfonctionnements en chaîne. Pour évaluer la résilience urbaine face aux risques, il est essentiel de tenir compte de ces interactions entre réseaux.

La ville peut être considérée comme un système composé de plusieurs sous-systèmes [16]. Une littérature conséquente confirme l'importance de l'analyse systémique pour étudier le phénomène urbain [17, 18]. Ces travaux ont déjà donné naissance à des modèles complets, souvent liés à la dynamique urbaine, mais peu applicables à la question des risques. C'est pourquoi une nouvelle approche est proposée. La dynamique des systèmes urbains est fortement liée à l'activité économique [19]. En effet, l'activité économique, par la création d'emplois qu'elle engendre, attire la population au cœur du système. Dans un premier temps, cette population est venue des campagnes. Et c'est d'ailleurs cet exode rural qui, à partir de la révolution industrielle, illustre le mieux l'importance de l'activité économique concernant le dynamisme d'une ville. Aujourd'hui, cela est mis en relief par l'attraction qu'une ville exerce sur les populations d'une autre ville. Toutefois, ce côté concurrentiel entre pôles d'emplois souligne alors l'importance d'autres composants urbains permettant d'accueillir les populations : ce sont les logements et les équipements qui en découlent. On se retrouve alors avec un système circulaire (fig. 8.1) :



Figure 8.1  
Une vision simplifiée des dynamiques urbaines  
Les flèches symbolisent l'attraction d'un élément sur un autre.

Cependant, il semble important de décomposer les équipements en deux objets distincts :

- ▶ les systèmes techniques (les réseaux) ;
- ▶ les infrastructures publiques qui vont constituer le cœur de la ville, avec ses organes décisionnels locaux (mairie), ses fonctions *régaliennes* (police, justice) et ses fonctions non marchandes (éducation, santé...).

Ces deux catégories se distinguent par leur nature : linéaire/ponctuelle, technique/sociale, de contenu/contenant. En outre, la logique linéaire de la modélisation ci-dessus (les événements se déroulant dans un sens précis et déterminé) est aujourd'hui obsolète. En effet, c'est l'imbrication des composants d'une ville et leurs inter-relations autour de son centre décisionnel qui produit sa dynamique. Il est aussi nécessaire de représenter le support sur lequel se développe cette dynamique et qui y contribue directement : le milieu physique (fig. 8.2).

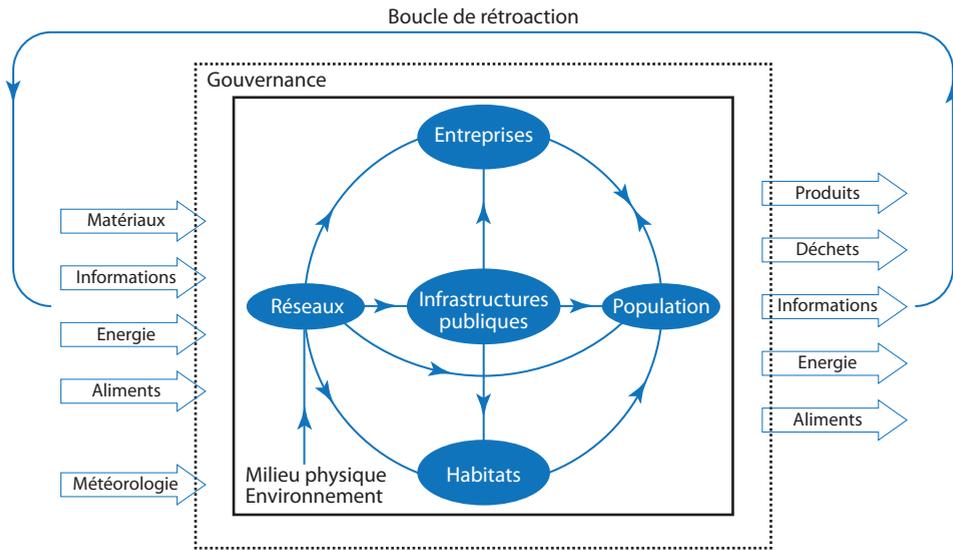


Figure 8.2 - Modélisation du système urbain

La ville est considérée comme un système ouvert. Il convient alors d'étudier les relations que la ville entretient avec son environnement. Par exemple, les relations villes/campagnes sont très importantes et permettent à la ville d'assurer sa survie. En effet la ville, en tant que système, reçoit en entrée une certaine quantité de matières premières et de denrées pour ses propres besoins, mais aussi pour en assurer le conditionnement et la production de produits finis qu'elle pourra échanger avec d'autres villes. Les échanges avec les autres villes constituent le deuxième type de relation avec l'environnement du système et correspondent généralement à des échanges de biens manufacturés. L'une des principales productions de la ville, qui constitue d'ailleurs un enjeu majeur pour celle-ci, sont les déchets. Cette production va mettre en relief une caractéristique de l'analyse systémique : les rétroactions. En effet, les déchets peuvent être considérés comme des éléments en sortie du système, mais ils ne sont pas sans conséquences pour la ville et son environnement. Le dernier élément rentrant, primordial quand on traite des risques, est bien sûr la météorologie, liée par exemple au risque inondation ou sécheresse.

# 11 - Comparaison entre fractals déterministes et aléatoires

## Analyse spectrale et comportements critiques

Pascal Monceau

Laboratoire Matière et Systèmes Complexes, Université Paris Diderot ; Université d'Evry-Val d'Essonne

### Résumé

---

Du point de vue des états de la matière, les fractals sont d'étranges objets dont le caractère fascinant est lié à leurs propriétés d'auto-similarité : leur dimension d'espace est non entière, leur densité diminue avec la taille et leurs propriétés topologiques sont complexes, dominées par des discontinuités structurelles. Des questions de physique fondamentale particulièrement stimulantes se posent alors : elles concernent le type de transition de phase qui peut se produire sur ces objets dont l'hétérogénéité est multi-échelle, et leurs propriétés dynamiques caractérisées par les spectres des ondes associés aux excitations élémentaires. Si l'auto-similarité est déterministe, les transitions continues (du second ordre) para-ferromagnétique qui peuvent se produire ne sont pas décrites dans le cadre de l'universalité habituelle des phénomènes critiques et les spectres des ondes de spin ont un caractère singulier-continu en forme d'*escalier du diable*. Si l'auto-similarité est aléatoire, les transitions du second ordre observées perdent leur caractère auto-moyennant et les spectres des ondes de spin sur des fractals de dimensions très proches redeviennent continus tout en étant sensibles au niveau de désordre caractérisé par l'entropie de configuration.

---

### 11.1. Fractalité et invariance d'échelle

Les propriétés de nombreux systèmes physiques [1,2] (gels, polymères, domaines magnétiques, structures percolantes, dépôts électrolytiques...) et biologiques [3] (poumons, réseaux neuronaux...) font apparaître des lois dans lesquelles intervient une dimension d'espace non entière. On a attribué à ces systèmes le terme générique de fractals. Du point de vue de leur structure géométrique, ces systèmes sont *irréguliers* au sens de l'absence de symétrie d'invariance par translation qui caractérise les cristaux. Cependant, en les observant de manière plus détaillée, on peut mettre en évidence une organisation hiérarchique, l'auto-similarité : une structuration apparaît à plusieurs échelles, comme si on observait des images qui se ressemblent en faisant varier le grossissement d'un microscope. Cette structuration est caractérisée par un autre

type d'invariance, l'invariance d'échelle qui peut se modéliser de plusieurs manières schématisées sur les figures 11.1 à 11.3. On s'intéressera plus particulièrement dans ce chapitre à la modélisation qui a été proposée par le mathématicien polonais Waclaw Sierpiński car elle permet d'appréhender de manière simple ce qu'est un fractal et également de préciser dans ce cadre topologique les concepts de déterminisme et de hasard (caractère aléatoire).

### 11.1.1. Invariance d'échelle discrète déterministe (fig. 11.1)

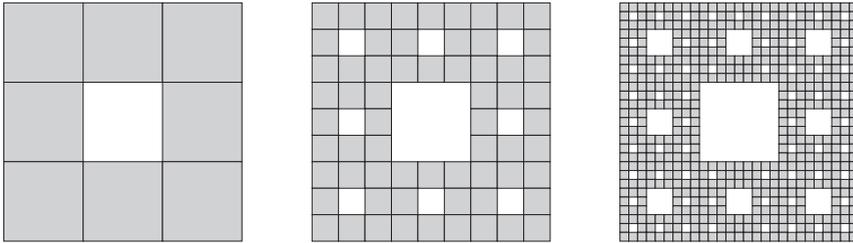


Figure 11.1 - Les trois premières étapes de la construction d'un fractal déterministe  $SC_\alpha(3,8,k)$

Aucun désordre n'est présent au sens où la construction de ce fractal de Sierpiński se fait en itérant une règle fixée : ici, étant donné un carré de côté  $n = 3$ , on en conserve  $p = 8$  à chaque étape d'itération associée à un changement d'échelle en éliminant toujours systématiquement le carré central. On notera  $SC_\tau(n,p,k)$  la structure obtenue à l'étape d'itération  $k$ . L'indice  $\tau$  désigne la règle adoptée (carré central, carré dans l'angle supérieur droit...). On remarquera que cette structure n'est exactement auto-similaire qu'aux seules échelles discrètes qui sont des puissances entières de  $n$  (ici 9, 27, 81, 243...). Par ailleurs la règle  $\tau$  détermine la classe de symétrie de la structure dont nous verrons l'influence sur les spectres d'excitation des ondes de spin et même sur le comportement critique.

### 11.1.2. Invariance d'échelle discrète aléatoire (fig. 11.2)

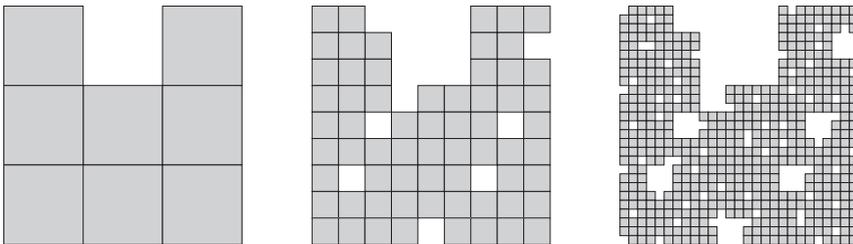


Figure 11.2 - Les trois premières étapes de la construction d'un fractal aléatoire  $RCS(3,8,k)$

Parmi les  $n^2$  carrés possibles, celui qui est éliminé est choisi aléatoirement, et ce à chaque étape d'itération. C'est en ce sens que ces structures sont désordonnées. Le