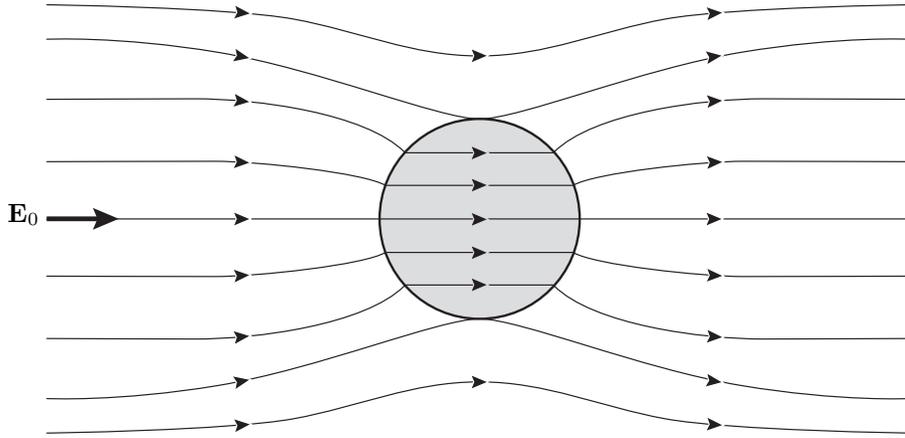


A l'extérieur on a :

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{(\varepsilon_r - 1)R^3 E_0 \cos \theta}{(\varepsilon_r + 2)r^2} - E_0 r \cos \theta = \frac{P R^3 \cos \theta}{3\varepsilon_0 r^2} - E_0 r \cos \theta \\ &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\mathcal{P} \cdot \mathbf{e}_z}{r^2} - E_0 r \cos \theta, \end{aligned} \quad (5.25)$$

où  $\mathcal{P} = 4\pi R^3 \mathbf{P}/3$  est le moment dipolaire de la sphère. Ainsi le potentiel, et en conséquence le champ, à l'extérieur est la somme de deux contributions : celle de la sphère polarisée qui se réduit à celle d'un dipôle ponctuel placé en son centre et celle du champ extérieur.

Les lignes de champ sont schématisées sur la figure 5.3.



**Figure 5.3** – Lignes de champ d'une sphère diélectrique linéaire et isotrope soumise à un champ extérieur uniforme dans le cas où  $\varepsilon_r \gg 1$ .

**Remarque. Sphère conductrice soumise à un champ uniforme :** dans un conducteur, les charges libres ne sont soumises à aucune force de rappel et par conséquent, en présence d'un champ fini, leur déplacement n'est pas limité. On peut donc passer formellement d'un diélectrique à un conducteur en faisant tendre la susceptibilité – et donc la constante diélectrique – vers l'infini. La formule (5.22) donne alors immédiatement  $E_1 = 0$ , conformément à la règle déjà donnée au chapitre 2 (§ 2.10). La formule (5.23) donne pour  $\varepsilon_r = \infty$ ,

$$\mathbf{P} = 3\varepsilon_0 \mathbf{E}_0 = \frac{\varepsilon_0}{N} \mathbf{E}_0$$

où  $N$  est le coefficient de champ dépolarisant de la sphère (voir aussi remarque dans § 5.1 et relation (5.3)). Bien entendu ce résultat peut aussi être obtenu en écrivant qu'à l'intérieur de la sphère le champ dépolarisant  $-N\mathbf{P}/\varepsilon_0$  annule le champ appliqué  $\mathbf{E}_0$ .

#### 5.4.4. MÉLANGE DE DIÉLECTRIQUES.

##### APPROXIMATION DU MILIEU EFFECTIF

Dans le problème du paragraphe précédent, remplaçons le vide entourant la sphère par un autre milieu diélectrique isotrope de constante  $\varepsilon_{r_2}$ . On notera  $\varepsilon_{r_1}$  la constante diélectrique relative de la sphère.

### 5.6.2. ONDE PLANE DANS UN MÉTAL : EFFET DE PEAU

L'utilisation de l'équivalence formelle (5.48) dans les formules (5.51) et (5.53) donne immédiatement les paramètres de l'onde plane dans un métal de conductivité  $\sigma$  :

$$\begin{aligned} Z &= Z_0 \sqrt{\frac{j\omega\varepsilon_0}{\sigma}} = (1+j) \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}}, \\ \beta &= k_0 \sqrt{\frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0}} = (1-j) \sqrt{\frac{\omega\mu_0\sigma}{2}} \end{aligned} \quad (5.61)$$

où  $Z$  est l'impédance d'onde et  $\beta$  la constante de propagation.

#### Réflexion quasi-totale

Le coefficient de réflexion en incidence normale d'une onde plane sur un demi espace métallique (dioptré air-métal) est donné d'après (5.58) par :

$$\mathcal{R} = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} \approx - \left( 1 - \sqrt{\frac{2\omega\varepsilon_0}{\sigma}} + j \sqrt{2\frac{\omega\varepsilon_0}{\sigma}} \right)$$

car  $\frac{\omega\varepsilon_0}{\sigma} \ll 1$ .

On a en effet typiquement  $\sigma \approx 0,5 \times 10^8 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$  (cuivre, aluminium...) et aux fréquences radioélectriques  $\omega/2\pi \approx 10^9$  Hz, donc  $\sqrt{2\omega\varepsilon_0/\sigma} \approx 4,5 \times 10^{-5}$ .

Le module de  $\mathcal{R}$  est très proche de l'unité : les métaux usuels ont aux fréquences radioélectriques un comportement très proche de celui d'un conducteur parfait.

#### Effet de peau

Le champ électrique de l'onde plane transmise dans le métal à la profondeur  $z$  s'écrit :

$$\underline{E} = \underline{E}_0 \exp j(\omega t - \beta z) = \underline{E}_0 \exp(-z/e_p) \exp j(\omega t + z/e_p), \quad (5.62)$$

où  $\underline{E}_0$  est le champ à l'interface air-métal et

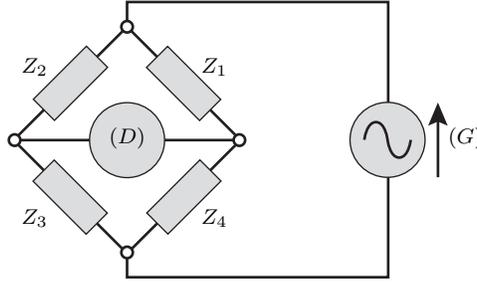
$$e_p = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}}. \quad (5.63)$$

Le champ électrique s'accompagne d'un champ magnétique (qu'il n'est pas utile d'explicitier ici) et d'une densité de courant :

$$j = \sigma \underline{E}_0 \exp(-z/e_p) \exp j(\omega t + z/e_p). \quad (5.64)$$

Champs et courant s'atténuent exponentiellement dans le métal avec la même longueur caractéristique  $e_p$  appelée *épaisseur de peau*. Il n'ont donc une amplitude notable que dans une couche en général très fine sous la surface du métal, d'où le nom d'effet de peau donné à ce phénomène. Le tableau 5.1 rassemble les épaisseurs de peau prévues par la formule (5.63) pour le cuivre et le fer à différentes fréquences. Pour le fer, qui a la différence du cuivre est ferromagnétique, la formule (5.63) doit être corrigée d'un facteur  $\sqrt{1/\mu_r}$  où  $\mu_r$  est la perméabilité magnétique pertinente à la fréquence considérée.

Partant de ces notions simples de schéma équivalent, il est facile d'expliquer la méthode classique de pont d'impédances illustrée par la figure 5.5.



**Figure 5.5** – Pont d'impédances; ( $G$ ), générateur sinusoïdal de pulsation  $\omega$ ; ( $D$ ), détecteur.

Le pont est dit équilibré lorsque la tension mesurée par le détecteur s'annule. On montre que cela correspond à la condition :

$$\frac{Z_1}{Z_4} = \frac{Z_2}{Z_3} = \frac{Y_4}{Y_1} = \frac{Y_3}{Y_2} \quad \text{ou encore :} \\ Z_1 Z_3 = Z_2 Z_4, \quad Y_1 Y_3 = Y_2 Y_4. \quad (5.77)$$

Supposons par exemple que le condensateur d'épreuve constitue la branche  $Z_2$  tandis que les branches  $Z_3$  et  $Z_4$  sont des impédances fixes de même nature. On peut imposer  $Z_3 = Z_4 = R$  et la condition d'équilibre se réduit alors à  $Z_1 = Z_2$ . Dans la configuration parallèle de la figure 5.6a, cela correspond à :

$$C_{1p} = \varepsilon'_r C_0 \quad \text{et} \quad \text{tg } \delta = \frac{1}{\omega R_{1p} C_{1p}}. \quad (5.78)$$

Pour la configuration série de la figure 5.6b, l'équilibre correspond à :

$$C_{1s} = (1 + \text{tg}^2 \delta) \varepsilon'_r C_0 \quad \text{et} \quad \text{tg } \delta = \omega R_{1s} C_{1s}. \quad (5.79)$$

Ainsi, en ajustant  $C_1$  et  $R_1$  dans une configuration parallèle ou série, on peut réaliser l'équilibre du pont et remonter aux paramètres du matériau étudié à partir des relations (5.78) ou (5.79).

Des considérations pratiques conduisent toutefois à réviser cette conception naïve de pont. Seules les résistances peuvent en effet être utilisées comme éléments de précision continûment ajustables et cela à condition que les valeurs requises ne dépassent pas quelques  $\text{k}\Omega$ . On est alors conduit à adopter la configuration de la figure 5.6c qui ne comporte, comme éléments continûment ajustables, que des résistances ou des potentiomètres de caractéristiques compatibles avec une bonne précision de réalisation. L'équilibre fin du pont s'obtient en ajustant le rapport  $R_4/R_3$  (potentiomètre) et la valeur de  $R_p$  ou  $R_s$  selon la configuration choisie.

Un autre paramètre ajustable du pont qui régit notamment l'approche grossière de l'équilibre est la valeur de la capacité des branches parallèle et série. Cette valeur peut être modifiée, non pas continûment comme on l'a déjà expliqué, mais par valeurs discrètes, simplement par commutation de capacités fixes de valeurs différentes.

Le choix de la configuration (série ou parallèle) est en fait imposé par la valeur de  $\text{tg } \delta$  dans le matériau. Les expressions (5.78) et (5.79) montrent en effet que, compte tenu des limitations sur les valeurs accessibles aux résistances ajustables de précision, la configuration parallèle devra être choisie pour les matériaux à  $\text{tg } \delta$  élevé tandis que la configuration série s'imposera pour les cas où  $\text{tg } \delta$  est faible.

Les ponts d'impédance sont utilisés de nos jours uniquement pour les mesures de très haute précision. Les modèles actuels sont pratiquement tous à équilibrage automatique.

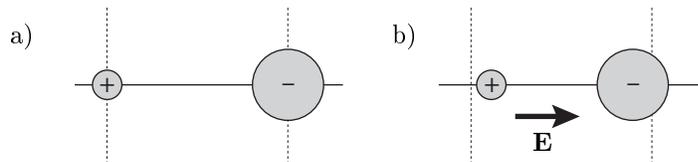
molécule  $\text{H}_2\text{O}$  dans la glace) et dans ce cas on doit tenir compte des degrés de liberté supplémentaires associés à la *rotation* de la molécule.

Toutes ces considérations conduisent à distinguer trois mécanismes de polarisation qui sont précisés ci-dessous.

### 6.1.1. POLARISATION IONIQUE

Si la particule qui se déplace en bloc est un *ion* de charge  $q$ , le déplacement  $\mathbf{u}$  produit une contribution  $q\mathbf{u}$  à la polarisation. Ce mécanisme est qualifié de ionique. La figure 6.1 illustre schématiquement et résume ce mécanisme de polarisation, en montrant le mouvement relatif induit par un champ appliqué, de deux ions proches voisins au sein d'un cristal ionique. On verra plus loin que ce mode de polarisation des cristaux ioniques présente un aspect collectif marqué et qu'il sera intéressant de le traiter comme le déplacement relatif de *sous réseaux* d'ions.

Les cristaux dits moléculaires sont, comme leur nom l'indique, formés de molécules faiblement liées entre elles par des interactions de Van der Waals. La molécule est un édifice iono-covalent microscopique qui peut contenir en particulier des ions. Il existe par conséquent un mode de polarisation *interne à la molécule* associé aux déplacements ioniques.

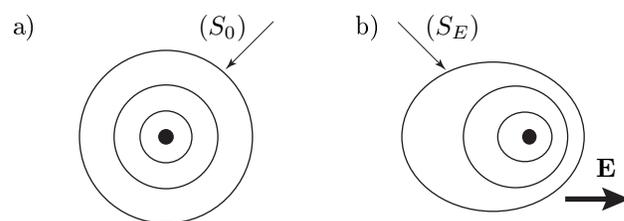


**Figure 6.1** – Illustration schématique du mécanisme de polarisation ionique.  
a) Positions de repos à champ nul, b) positions en présence du champ  $\mathbf{E}$ .

### 6.1.2. POLARISATION ÉLECTRONIQUE

Le mécanisme de polarisation électronique des atomes neutres ou des ions est illustré schématiquement par la figure 6.2. C'est un déplacement des couches électroniques externes par rapport au cœur rigide (atomique ou ionique). Ce qu'on appelle ici le cœur rigide est l'ensemble formé par le noyau et les couches électroniques internes fortement liées au noyau.

A ce mécanisme de polarisation électronique des ions ou des atomes neutres, il faut ajouter un autre mécanisme électronique associé non plus à un atome ou à un ion mais spécifiquement à la liaison (covalente) entre deux atomes (ou ions) voisins [1] (exemple de cristal à liaisons covalentes : Silicium). La polarisation de liaison est illustrée par la figure 6.3. On sait qu'une liaison covalente se caractérise par une densité électronique non nulle entre les atomes liés. La figure 6.3 montre qu'il existe même un pic de densité typiquement au milieu de la liaison.



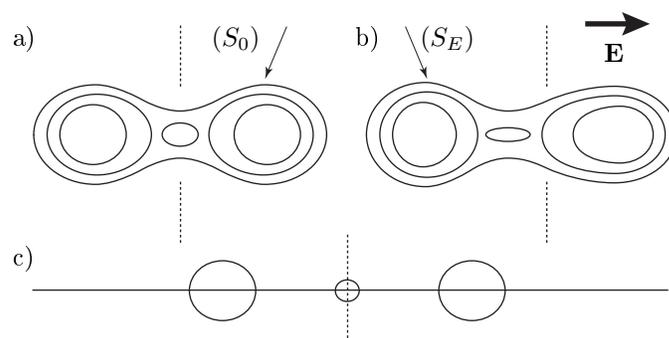
**Figure 6.2** – Mécanisme de polarisation électronique des ions ou des atomes neutres.

a) Situation sans champ, b) situation en présence d'un champ.

$(S_0)$  et  $(S_E)$  surfaces d'égales densités électroniques (représentation schématique).

En présence d'un champ électrique, ce pic se déplace et dans une large mesure, le déplacement peut être traité comme celui d'une charge ponctuelle (qu'on appelle la charge de liaison) dans un potentiel donné (le potentiel de liaison). On verra que la polarisation de liaison covalente constitue un mécanisme beaucoup plus efficace que la polarisation électronique d'un ion ou d'un atome.

Enfin, à ces mécanismes de polarisation électronique relatifs aux atomes isolés ou aux liaisons covalentes, il faut aussi ajouter celui relatif aux molécules. Il est évident que la polarisation électronique d'une molécule met en jeu à la fois les cœurs atomiques ou ioniques et les liaisons covalentes internes à la molécule. On devine toutefois qu'il sera possible de traiter la polarisation électronique d'un cristal moléculaire exactement comme dans un cristal monoatomique sans covalence, en considérant la molécule – au lieu de l'atome – comme la brique élémentaire de l'édifice cristallin.



**Figure 6.3** – Mécanisme de polarisation électronique associé à une liaison covalente.

a) Répartition de la densité électronique au repos. b) Répartition en présence du champ appliqué. c) Modèle de la charge ponctuelle de liaison.  $(S_0)$  et  $(S_E)$  surfaces d'égales

densités électroniques (représentation schématique).

### 6.1.3. POLARISATION ORIENTATIONNELLE

Si, dans un cristal moléculaire, on néglige en première analyse les degrés de liberté internes de la molécule, celle-ci peut être considérée – compte tenu de la faiblesse des interactions entre molécules – comme un objet rigide seulement susceptible de se déplacer et de tourner sur lui-même.

**Solution :**

1. Il faut ajouter “ à champ moyen (ou macroscopique) nul ”. Cette précision peut sembler triviale (compte tenu de la formule (6.4)), mais sa signification mérite néanmoins d’être approfondie par ce qui suit.
2. Il est évident que le potentiel est nul partout dans la sphère car cette solution satisfait à la fois l’équation de Laplace et la condition aux limites  $V(R) = 0$ . Donc le champ macroscopique est nul. D’après Lorentz le champ local agissant sur le dipôle central se réduit donc à  $+\mathbf{P}/3\epsilon_0$ . Mais on a vu plus haut que dans un réseau cubique ce champ ne peut être produit par les autres dipôles de la sphère. La source du champ local dans cette situation est donc nécessairement la densité de charges induite dans la couche conductrice ! Toutefois comme cette charge est elle même créée par les dipôles (compensation des charges) on peut parler d’interaction dipolaire indirecte.
3. Dans la situation où il n’y a qu’un seul dipôle au centre de la sphère conductrice, il est encore plus évident que l’on ne peut mettre en cause la seule interaction directe avec d’autres dipôles pour expliquer la correction de Lorentz. On a affaire ici à une interaction indirecte du dipôle avec lui même (champ de réaction). D’après l’exercice E5.4 du chapitre 5, le champ subi par le dipôle vaut  $+\mathbf{p}/4\pi\epsilon_0 R^3$  soit encore  $+\mathbf{P}/3\epsilon_0$  en posant  $\mathbf{P} = \mathbf{p}/(4\pi/3)R^3$ .
4. La réponse est déjà contenue dans la solution du problème précédent : pour un ellipsoïde très allongé selon  $\mathbf{P}$  (ou une plaque mince polarisée dans son plan).

### 6.3.5. SUSCEPTIBILITÉ ET CONSTANTE DIÉLECTRIQUE D’UN RÉSEAU DE PARTICULES POLARISABLES. RELATION DE CLAUSIUS–MOSSOTTI

On écrit la relation (6.2) en explicitant le champ local et la polarisation  $\mathbf{P}$  :

$$\mathbf{p} = \frac{\mathbf{P}}{N} = \epsilon_0 \alpha \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{P}}{3\epsilon_0} \right), \quad (6.5)$$

d’où :

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \mathbf{E} \frac{N\alpha}{1 - N\alpha/3} \quad \text{et} \quad \chi = \frac{N\alpha}{1 - N\alpha/3}. \quad (6.6)$$

Cette relation montre bien que l’effet de la correction de Lorentz est de renforcer la susceptibilité du matériau : le terme  $1 - N\alpha/3$  est en effet plus petit que 1.

Si on se rappelle que  $\chi = \epsilon_r - 1$  la dernière des relations (6.6) devient :

$$\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} = \frac{N\alpha}{3}. \quad (6.7)$$

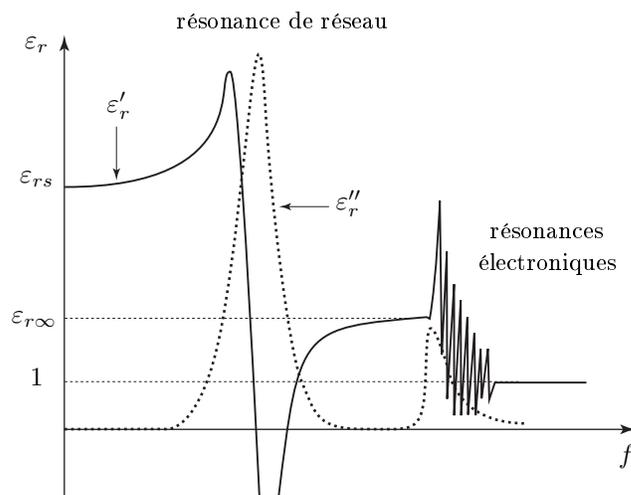
C’est la relation de Clausius–Mossotti.

**Remarque :** si la polarisabilité devient suffisamment grande, ce qui peut survenir dans certaines conditions, le dénominateur des relations (6.6) peut s’annuler donnant lieu à une susceptibilité infinie. On parle de *catastrophe de polarisation*. Nous reviendrons plus loin de manière plus détaillée sur ce phénomène très important.

### 6.3.6. RELATION DE CLAUSIUS–MOSSOTTI GÉNÉRALISÉE

La relation (6.7) se généralise facilement au cas d’un réseau de périodicité et de symétrie cubique comportant plusieurs espèces différentes de particules ponctuelles

Compte tenu de toutes les considérations qui précèdent, le spectre diélectrique complet d'un cristal ionique simple pur et sans défaut peut être représenté de manière schématique (figure 6.14). Dans un cristal complexe, la résonance de réseau unique serait remplacée par une série de résonances. On verra plus loin comment le spectre est modifié par les impuretés et les défauts.



**Figure 6.14** – Représentation schématique du spectre diélectrique d'un cristal parfait simple des basses fréquences jusqu'aux fréquences optiques.

**Remarque. Constante diélectrique dans l'ultra violet :** Au-delà des fréquences de résonance électronique, la réponse reste essentiellement due aux électrons peu liés au noyau pour lesquels la force de rappel devient négligeable. Leur mouvement est alors régi par la seule inertie : le déplacement est en opposition de phase avec le champ excitateur et par conséquent la susceptibilité devient négative et la constante diélectrique légèrement plus petite que l'unité.

## 6.8. POLARISATION ORIENTATIONNELLE

On distinguera les matériaux dont au moins un des constituants principaux est une molécule polaire, des matériaux – en général des cristaux ioniques – comportant des *défauts ponctuels* assimilables à des dipôles orientables. On parlera de mécanisme intrinsèque dans le premier cas et de mécanisme *extrinsèque* dans le deuxième.

### 6.8.1. COMPOSÉS À MOLÉCULES POLAIRES

On va s'appuyer sur l'exemple concret de l'eau. On a déjà expliqué que la molécule d'eau possède un moment dipolaire permanent  $p_0$  (cf. § 6.1.3). Dans le liquide la molécule est complètement libre en rotation. Par conséquent, si on ignore l'agitation thermique, la réponse diélectrique de l'eau est conforme à la courbe de la figure 6.15a.

### 9.3. PANORAMA DES MATÉRIAUX PIÉZOÉLECTRIQUES USUELS ET DE LEURS APPLICATIONS

Les matériaux piézoélectriques les plus importants sont le quartz, principalement à cause de son application à la génération de fréquences stables et ultra stables, et les céramiques PZT dont l'application principale est la génération et la détection d'ultrasons. Ces matériaux et ainsi que leurs applications sont décrits de manière relativement détaillée. D'autres matériaux et applications sont ensuite brièvement présentés. Pour plus de précisions, voir l'ouvrage de B.A. Auld [4].

#### 9.3.1. LE QUARTZ ET LES APPLICATIONS D'HORLOGE

Le matériau piézoélectrique le plus connu est le quartz, à la fois pour une raison historique puisque c'est précisément dans le quartz que Pierre et Jacques Curie ont découvert la piézoélectricité, et pour des raisons pratiques, car il a conduit à une application très importante, les résonateurs à quartz, utilisés notamment dans les horloges et montres à quartz.

Le quartz est la forme cristallisée de la silice  $\text{SiO}_2$ , un des composés les plus répandus sur la planète (sable!). Les cristaux de quartz se trouvent à l'état naturel sous des formes plus ou moins pures dont certaines ont été recherchées de longue date (exemple l'améthyste). De nos jours, les cristaux utilisés dans l'industrie électronique sont synthétiques. Leur fabrication requiert un procédé assez élaboré impliquant notamment une pression de 1800 atmosphères et une température de  $350^\circ \text{C}$ . Le quartz cristallise dans le système hexagonal et sa symétrie se caractérise par un axe d'ordre 3 (rotation de  $2\pi/3$ ) – que l'on prend généralement comme axe 3 du repère rectangulaire utilisé pour écrire les matrices diélectriques, élastiques et piézoélectriques – et trois axes d'ordre 2 perpendiculaires à l'axe ternaire. Un de ces axes binaires est généralement pris comme axe 1, l'axe 2 (perpendiculaire aux axes 1 et 3) faisant alors un angle de  $30^\circ$  avec l'autre axe binaire le plus proche. La symétrie considérée interdit la ferroélectricité car elle ne laisse invariant aucun vecteur mais en revanche autorise la piézoélectricité. Le quartz n'est pas un très bon piézoélectrique si l'on s'en tient à la valeur de ses coefficients de couplage électromécanique qui ne dépassent pas 8 %, mais son véritable intérêt n'est pas là. En effet, ce qui fait du quartz un matériau incontournable est la possibilité qu'il offre de réaliser des générateurs de signaux périodiques de fréquence extrêmement stable.

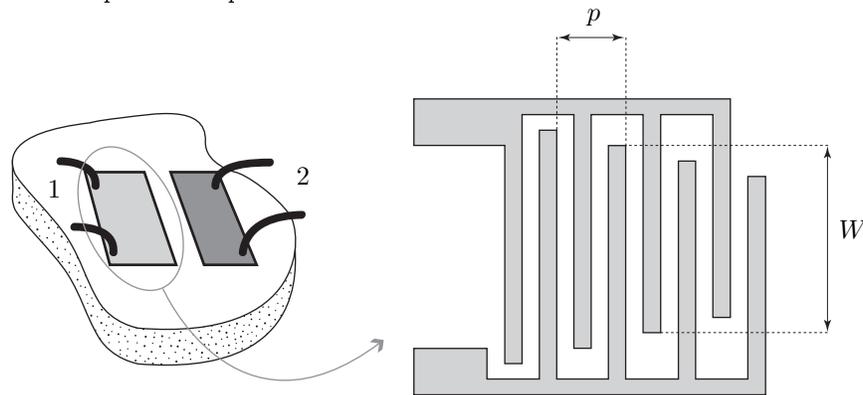
#### Oscillateur à quartz

Un oscillateur est un dispositif capable de fournir un signal périodique *entretenu* de fréquence stable et dont la nature peut être mécanique, électrique, ou autre. Un oscillateur se compose classiquement d'un résonateur et d'un dispositif d'entretien. Comme exemples familiers de résonateur mécanique citons le balancier d'horloge et le pendule de torsion des montres mécaniques. Le dispositif d'entretien associé à ces résonateurs mécaniques est généralement lui aussi mécanique (échappement).

Le rôle du résonateur est de fixer la fréquence de l'oscillateur et donc d'assurer sa précision et sa stabilité. Pour cela les qualités nécessaires sont :

L'existence de *modes acoustiques de surface* dans les solides élastiques isotropes a été prédite par Rayleigh dès la fin du 19<sup>ème</sup> siècle. Il s'agit d'une sorte de houle solide, en ce sens que le champ de déplacement associé au mode est *localisé* au voisinage de la surface libre. Le mode se propage à une vitesse parfaitement définie et calculable, nettement plus faible que celle des ondes de volume. En régime sinusoïdal, il se caractérise par une longueur d'onde  $\lambda$  et " l'épaisseur " du champ de déplacement est de l'ordre de  $\lambda$ . Ce résultat de Rayleigh a d'abord intéressé les géophysiciens qui ont trouvé là l'explication des sismogrammes observés lors de tremblements de terre. A partir des années 70, on a démontré que les ondes de surface *dans des matériaux piézoélectriques* pouvaient être mises à profit pour réaliser de façon particulièrement élégante des fonctions de traitement du signal.

Un dispositif à onde de surface est typiquement un quadripôle (au sens des circuits) dont la tension d'entrée  $V_1$  alimente un transducteur émetteur et la tension de sortie  $V_2$  est recueillie aux bornes d'un transducteur récepteur. Ces transducteurs sont en fait de simples peignes métalliques déposés à la surface du cristal (figure 9.9). Il servent à exciter et détecter les ondes acoustiques de surface en mettant à profit les propriétés piézoélectriques du milieu. Le dispositif utilise donc deux fois la conversion électromécanique, la première fois à l'émission, la deuxième à la réception. L'intérêt d'un tel dispositif est, en bref, qu'en agissant seulement sur la géométrie des motifs d'excitation et de détection, en particulier la périodicité  $p$  des peignes et la largeur de recouvrement  $W$  des dents, on peut synthétiser à peu près n'importe quelle fonction de transfert  $V_2/V_1(\omega)$  en particulier des fonctions complexes de filtrage (nécessairement compatibles avec les relations de Kramers Kronig). De façon très grossière, la synthèse repose sur la correspondance  $p \rightarrow \lambda \rightarrow \omega$ ,  $V_1 W_1 \rightarrow u$  et  $u W_2 \rightarrow V_2$ . Les motifs sont réalisés par gravure d'une couche métallique préalablement déposée à la surface du cristal et il suffit d'un seul masque pour produire des centaines de milliers de dispositifs de caractéristiques identiques.



**Figure 9.9** – Dispositif à onde acoustique de surface, avec ses peignes émetteur 1 et récepteur 2, et la vue détaillée du peigne émetteur (schématisé).

### Nouveaux matériaux à effets piézoélectriques géants

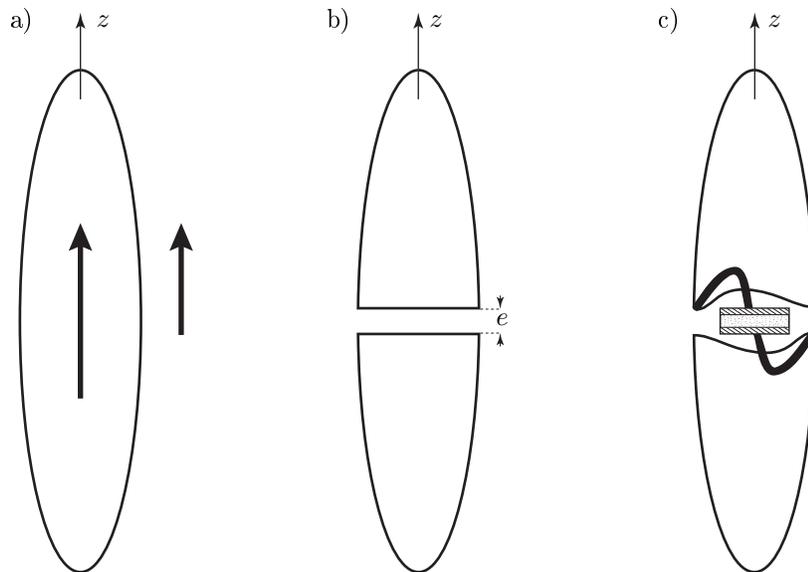
Dans des composés tels que  $(\text{Mg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3 - \text{PbTiO}_3$ , en abrégé d'ingénieur PMN-PT, on observe des réponses électromécaniques géantes avec par exemple des coefficients  $d_{33}$  de plusieurs milliers de pC/N ou pm/V. Ces matériaux qui ne sont pas

Application numérique  $\omega/2\pi = 1$  GHz,  $d = 1$  mm,  $s_e = 1$  cm<sup>2</sup>,  $s_m = 1$  cm<sup>2</sup>,  
 $N = 10^4$  m<sup>-3</sup>.

## E10.2 MESURE ÉLECTRO-OPTIQUE DE CHAMP ÉLECTRIQUE

On réalise une “ antenne électrostatique ” comme indiqué sur la figure E10.2a, à partir d’un ellipsoïde métallique de révolution d’axe  $Oz$  dont on donne  $S$ , l’aire de la section,  $N$  le coefficient de champ dépolarisant et  $\mathcal{V}$  le volume (Figure E10.2-a),

- i) en le coupant selon le plan de symétrie perpendiculaire à  $Oz$ ,
- ii) en séparant les deux parties par une petite translation relative parallèle à  $Oz$  et en complétant chacune d’elle par un fond métallique de manière à créer un entrefer d’épaisseur  $e$  perpendiculaire à  $Oz$  (figure E10.2b).



**Figure E10.2** – “ Antenne électrostatique ”.

1. Montrer que si l’antenne baigne dans un champ électrique uniforme  $E_0$  parallèle à  $Oz$  le champ dans l’entrefer est donné approximativement, quand  $e$  est très petit, par  $E = E_0/N$ . Que devient cette relation quand l’entrefer ne peut plus être considéré comme très petit ? On écrira l’énergie fournie au système par le champ  $E_0$  sous la forme de deux termes, dont l’un est l’énergie dans l’entrefer et l’on définira un coefficient de champ dépolarisant effectif.
2. Les deux parties de l’antenne sont dépourvues de fond et connectées simplement à un condensateur de capacité  $C$  (figure E10.2c). Quelle sont la tension et la charge du condensateur  $C$  ? Proposer un schéma équivalent pour cette antenne. Le condensateur  $C$  est en fait un barreau de Niobate de lithium de section carrée taillé parallèlement à son axe optique  $Z$  (l’axe 3) et dont les grandes faces sont perpendiculaires aux axes 1 ( $X$ ) et 2 ( $Y$ ).