

EXTRAITS

**SUPRACONDUCTIVITÉ
INTRODUCTION**

Philippe MANGIN - Rémi KAHN



17, avenue du Hoggar
Parc d'Activité de Courtabœuf - BP 112
91944 Les Ulis Cedex A - France

Grenoble Sciences

Grenoble Sciences est un centre de conseil, expertise et labellisation de l'enseignement supérieur français. Il expertise les projets scientifiques des auteurs dans une démarche à plusieurs niveaux (référés anonymes, comité de lecture interactif) qui permet la labellisation des meilleurs projets après leur optimisation. Les ouvrages labellisés dans une collection de Grenoble Sciences ou portant la mention « Sélectionné par Grenoble Sciences » (« Selected by Grenoble Sciences ») correspondent à :

- ▶ des projets clairement définis sans contrainte de mode ou de programme,
- ▶ des qualités scientifiques et pédagogiques certifiées par le mode de sélection (les membres du comité de lecture interactif sont cités au début de l'ouvrage),
- ▶ une qualité de réalisation assurée par le centre technique de Grenoble Sciences.

Directeur scientifique de Grenoble Sciences

Jean BORNAREL, professeur à l'Université Joseph Fourier, Grenoble I

On peut mieux connaître Grenoble Sciences en visitant le site web :

<http://grenoble-sciences.ujf-grenoble.fr>

On peut également contacter directement Grenoble Sciences :

Tél. : (33)4 76 51 46 95, e-mail : grenoble.sciences@ujf-grenoble.fr

Livres et pap-ebooks

Grenoble Sciences labellise des livres papier (en langue française et en langue anglaise) mais également des ouvrages utilisant d'autres supports. Dans ce contexte, situons le concept de **pap-ebooks** qui se compose de deux éléments :

- ▶ un **livre papier** qui demeure l'objet central avec toutes les qualités que l'on connaît au livre papier
- ▶ un **site web corrélé** ou **site web compagnon** qui propose :
 - des éléments permettant de combler les lacunes du lecteur qui ne posséderait pas les prérequis nécessaires à une utilisation optimale de l'ouvrage
 - des exercices de training
 - des compléments permettant d'approfondir, de trouver des liens sur internet, etc.

Le livre du pap-ebook est autosuffisant et nombreux sont les lecteurs qui n'utiliseront pas le site web compagnon. D'autres pourront l'utiliser et ce, chacun à sa manière. Un livre qui fait partie d'un pap-ebook porte en première de couverture un logo caractéristique et le lecteur trouvera le site compagnon à l'adresse internet suivante :

<http://grenoble-sciences.ujf-grenoble.fr/pap-ebooks>

Grenoble Sciences reçoit le soutien du **ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche et de la Région Rhône-Alpes**.

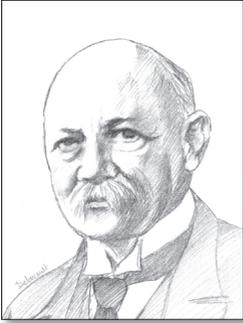
Grenoble Sciences est rattaché à l'**Université Joseph Fourier de Grenoble**.

ISBN 978-2-7598-0657-7

© EDP Sciences, 2013

1.2 - Manifestations expérimentales de la supraconductivité

1.2.1 - Découverte de la supraconductivité : température critique



Heike KAMERLINGH ONNES

L'histoire débute à Leiden en Hollande dans la première décennie du XX^e siècle. Le groupe de H.K. ONNES est à la fois le seul à posséder les installations quasi industrielles nécessaires à la liquéfaction de l'oxygène puis de l'hydrogène et à disposer d'une quantité suffisante d'hélium¹ pour pouvoir le liquéfier. Il y parvient le 10 juillet 1908 et peut réaliser des expériences jusqu'à la température de 1 K. H.K. ONNES choisit alors de s'attaquer à l'une des grandes questions qui intéressent la communauté des physiciens de l'époque : quel est le comportement de la résistance électrique des métaux lorsqu'on s'approche du

zéro absolu. Tend-elle vers 0 du fait de l'affaiblissement de l'agitation thermique ? Augmente-t-elle par localisation des électrons libres ? Atteint-elle une valeur limite due aux impuretés comme le prévoit déjà MATTHIESSEN ?



Gilles HOLST

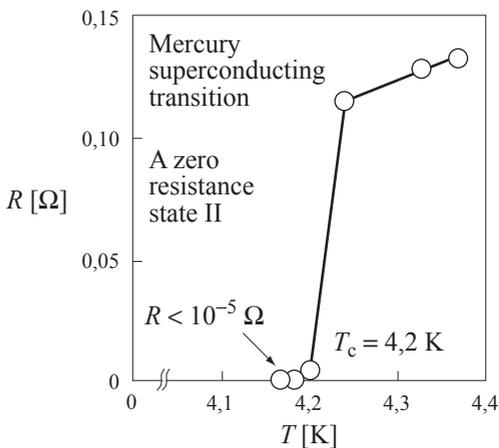


Figure 1.1 - Figure historique mettant en évidence la supraconductivité
Figure originale publiée par H.K. ONNES² montrant que le mercure perd sa résistivité à une température juste inférieure à 4,2 K.

Dans ce projet, Gilles HOLST, élève de Kamerlingh ONNES, se voit confier la tâche de mesurer la résistivité électrique du mercure facilement purifiable par distillation. Les mesures débouchent le 28 avril 1911 sur une courte note à l'Académie Royale des Pays Bas. Elle annonce « sous toute réserve » que *la résistivité du mercure disparaît apparemment juste au-dessus de 4 K*. La supraconductivité vient d'être

- 1 Il l'obtint de Caroline du Nord aux Etats-Unis où se trouve alors l'essentiel des ressources mondiales.
- 2 H.K. ONNES (1911) *Commun. Phys. Lab.* **12**, 120.

Tableau 2.1 - Valeurs des longueurs de pénétration de LONDON calculées et mesurées dans quelques métaux

Élément	Al	Sn	Pb	Cd	Nb
λ_L théorique [nm]	10	34	37	110	39
λ mesurée [nm] extrapolée à 0 K	50	51	39	130	44

Pour des raisons subtiles, sur lesquelles nous reviendrons au chapitre suivant, les valeurs mesurées sont systématiquement supérieures aux valeurs théoriques.

2.5.2 - Dépendance thermique de la longueur de LONDON

L'expérience montre que la longueur de LONDON $\lambda_L(T)$ croît lentement à basse température et diverge à l'approche de la température de transition T_c (fig. 2.7). La loi empirique la plus souvent évoquée pour représenter son comportement est :

$$\lambda_L(T) = \lambda_L(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^4 \right]^{-1/2} \quad (2.31)$$

avec, au voisinage de T_c : $\lambda_L(T) \approx (T_c - T)^{-1/2}$ (2.32)

ce qui implique, au vu des relations (2.24) et (2.32) :

$$n_s(T) \approx (T_c - T) \quad (2.33)$$

et indique aussi que la supraconductivité s'éteint avec la disparition des électrons supraconducteurs au bénéfice d'électrons normaux.

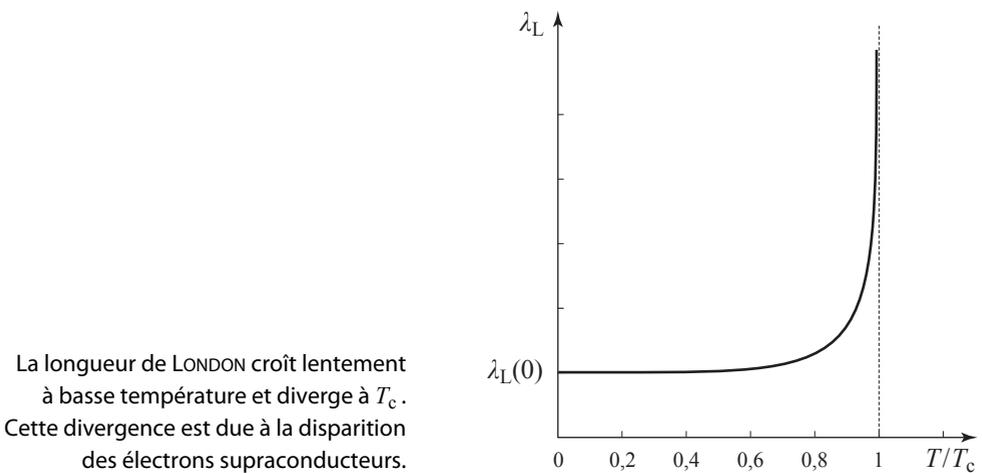


Figure 2.7 - Evolution thermique de la longueur de LONDON

Chapitre 4

THERMODYNAMIQUE DES SUPRACONDUCTEURS DE TYPE I

Un pas décisif de l'histoire de la supraconductivité fut de réaliser que l'on se trouvait face à une véritable phase et l'objet de ce chapitre est d'en apporter une description thermodynamique. Nous nous plaçons dans le cas des supraconducteurs de type I dont les phases supraconductrices et normales sont séparées, dans le plan (H, T) , par une ligne de transition unique¹ définissant le champ critique $H_c(T)$ (fig. 4.1a). Le supraconducteur de type II, où une phase mixte se manifeste, sera traité au chapitre 6.

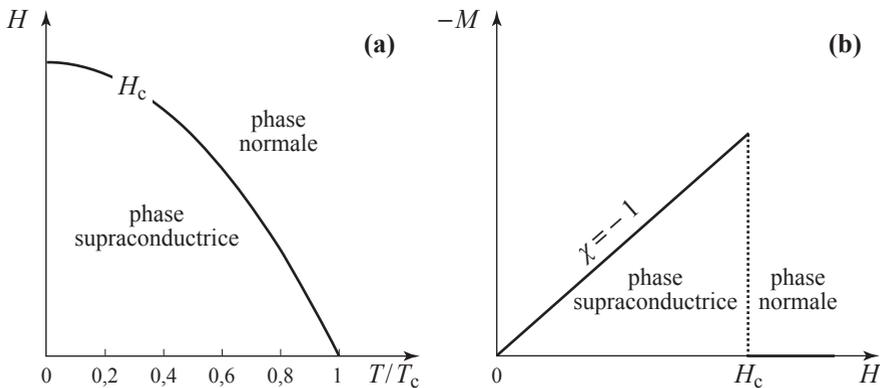


Figure 4.1 - Supraconducteur de type I

- (a) L'état supraconducteur et l'état normal sont séparés par une ligne unique $H_c(T)$.
(b) Dans l'état supraconducteur, l'aimantation \mathbf{M} est égale et opposée au champ \mathbf{H}^2 , ce qui en fait un diamagnétique parfait. Dans l'état normal, l'aimantation est nulle. χ est la susceptibilité magnétique définie par $\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$.

- 1 Les métaux purs et eux seuls sont des supraconducteurs de type I. Le niobium est une exception. Les alliages et composés sont tous de type II.
- 2 Dans cet ouvrage on rencontrera maintes fois \mathbf{H} et \mathbf{B} qui font l'objet dans la littérature de trois options de dénomination. La première est d'appeler \mathbf{H} « excitation magnétique » et \mathbf{B} « champ magnétique ». La deuxième est de nommer \mathbf{H} « champ magnétique » et \mathbf{B} « induction magnétique ». La troisième est de noter \mathbf{B} « champ magnétique » et \mathbf{H} « champ \mathbf{H} ». C'est cette troisième convention qui a été adoptée.

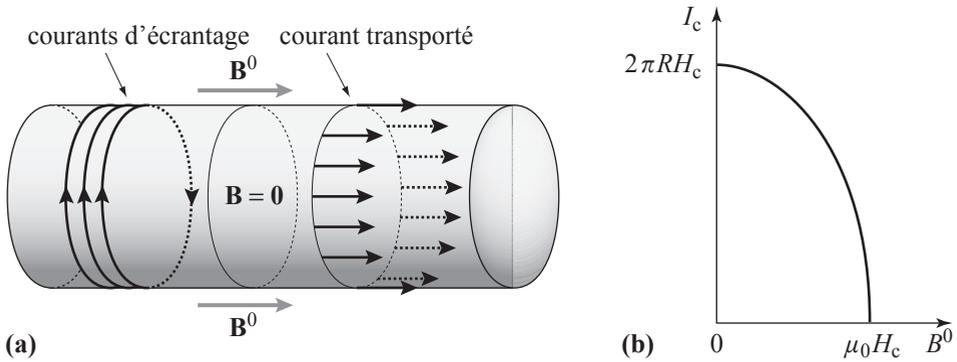


Figure 5.13 - Courant critique d'un fil plongé dans un champ magnétique parallèle à son axe
(a) Distribution des courants transportés j^{trans} et des courants d'écrantage $j^{écr}$ dans un fil supraconducteur parcouru par un courant I et soumis à un champ B^0 appliqué dans la direction parallèle au fil. Les distributions de courant sont orthogonales. **(b)** Variation de l'intensité du courant critique en fonction de B^0 .

5.9.3 - Champ magnétique appliqué perpendiculairement à l'axe du fil

Le fil pouvant être considéré comme un ellipsoïde de révolution très allongé, toute direction perpendiculaire à l'axe du cylindre constitue un axe principal auquel est associé le coefficient de champ démagnétisant $N = 1/2$. Les courants d'écrantage circulent dans la direction de l'axe avec une densité :

$$j^{écr} = j_{sup}^{écr} \sin \theta \quad \text{avec} \quad j_{sup}^{écr} = \frac{B^0}{\lambda \mu_0 (1 - N)} = \frac{2 B^0}{\lambda \mu_0} \tag{5.61}$$

où θ est l'angle entre B^0 et la normale sortante au point considéré (fig. 5.14). Ces courants circulent donc dans des directions opposées de part et d'autre du fil et les densités de courant les plus élevées se trouvent en deux endroits de la surface diamétralement opposés.

La densité du courant transporté se répartit comme toujours sur la longueur de pénétration dans une direction unique et elle est maximale en surface d'échantillon

où elle vaut :

$$j_{sup}^{trans} = \frac{I}{2\pi R \lambda} \tag{5.62}$$

Par conséquent, la densité de courant totale la plus élevée se situe sur la surface du fil, là où les densités du courant transporté et du courant d'écrantage sont simultanément maximales et circulent dans le même sens.

Dans cette géométrie, la relation entre la densité de courant critique et le champ extérieur est alors :

$$\frac{2B^0}{\lambda \mu_0} + \frac{I_c(B^0)}{2\pi R \lambda} = j_c \tag{5.63}$$

Aussi, dans un champ B^0 transverse, l'intensité maximale que peut transporter sans perte un fil de rayon R fait d'un matériau supraconducteur de type I est :

$$I_c(B^0) = I_c(B^0 = 0) - \frac{4\pi R B^0}{\mu_0} \tag{5.64}$$

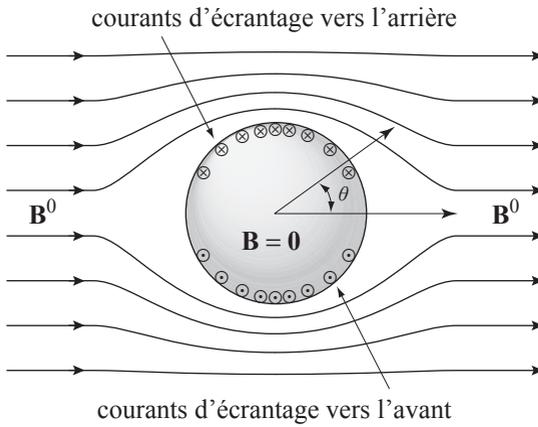


Figure 5.14 - Courants d'écrantage dans un fil plongé dans un champ magnétique perpendiculaire à son axe (coupe perpendiculaire à l'axe du fil cylindrique)

Les courants d'écrantage circulent dans la direction de l'axe du fil qui est un ellipsoïde particulier de coefficient de champ démagnétisant $N = 1/2$. La densité de courant surfacique (courants de LONDON comprimés) varie en $\sin \theta$.

Cette intensité critique décroît linéairement quand le champ augmente pour s'annuler lorsque B^0 atteint $B_c/2$ (fig. 5.15b).

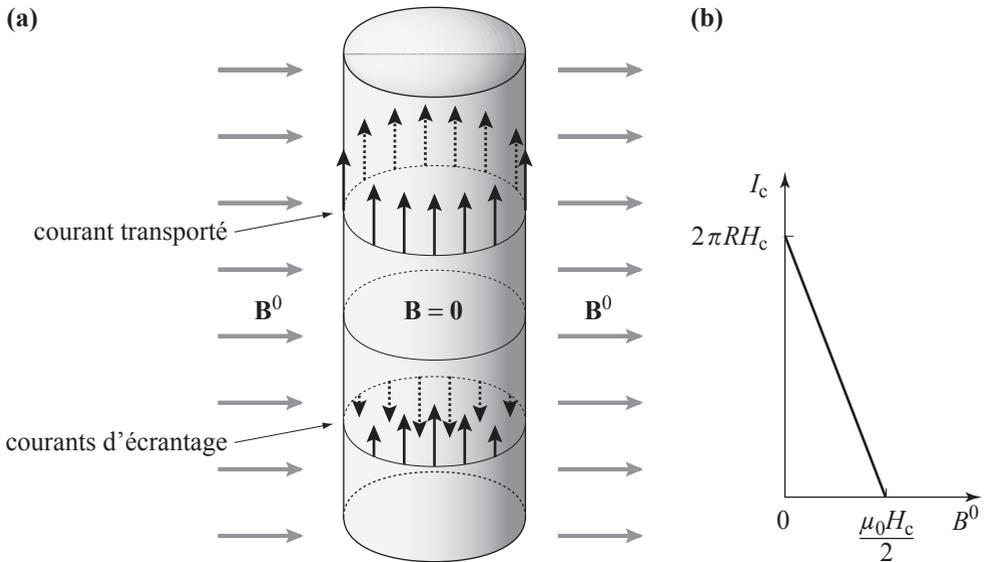


Figure 5.15 - Distribution des courants transportés et des courants d'écrantage dans un fil supraconducteur parcouru par un courant I et soumis à un champ B^0 perpendiculaire à l'axe du fil
(a) Les courants d'écrantage $j^{écr}$ circulent dans l'épaisseur de LONDON et en sens opposés, de part et d'autre du plan de symétrie, ceux situés à l'avant vers le haut et ceux situés à l'arrière vers le bas. Le courant transporté j^{trans} est localisé dans l'épaisseur de LONDON et circule partout du bas vers le haut. Les densités de courants situées vers l'avant s'ajoutent, tandis que celles situées vers l'arrière se retranchent. **(b)** Variation de l'intensité du courant critique en fonction de B^0 .

purs. Dans un premier temps, ces effets sont attribués à des impuretés qui viendraient perturber le comportement supraconducteur standard. La reconnaissance d'un deuxième type de supraconductivité dut attendre 1957 avec ABRIKOSOV qui montre, à partir des équations de GINZBURG-LANDAU (GL) publiées en 1950, que deux comportements de supraconducteurs sont possibles. C'est GORKOV qui, en 1959, établit l'équivalence entre les équations de GL et la théorie microscopique BCS.

6.1.2 - Comportement magnétique des supraconducteurs de type II

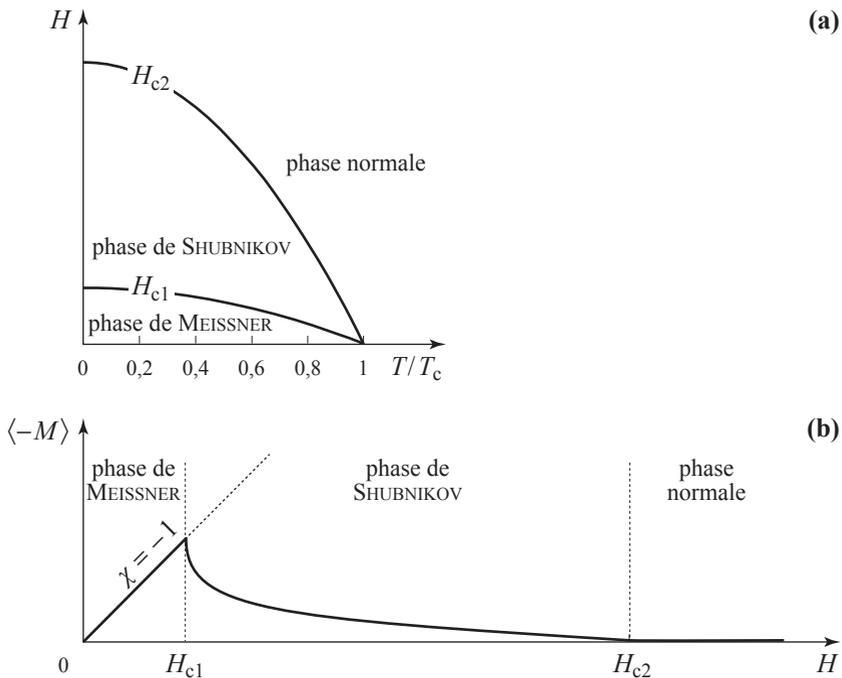


Figure 6.1 - Supraconducteur de type II

(a) Diagramme de phase d'un supraconducteur de type II

(b) Variation de l'aimantation moyenne avec le champ H dans les supraconducteurs de type II

Supraconducteur de type I (appelé aussi de PIPARD)

Le comportement magnétique des supraconducteurs de type I est celui décrit au chapitre 4 (fig. 4.1) : dans une représentation (H, T) , l'état normal et l'état supraconducteur sont séparés par une ligne unique $H_c(T)$. En phase supraconductrice le matériau se comporte comme un diamagnétique parfait au sein duquel $\mathbf{M} = -\mathbf{H}$ ($\chi = -1$).

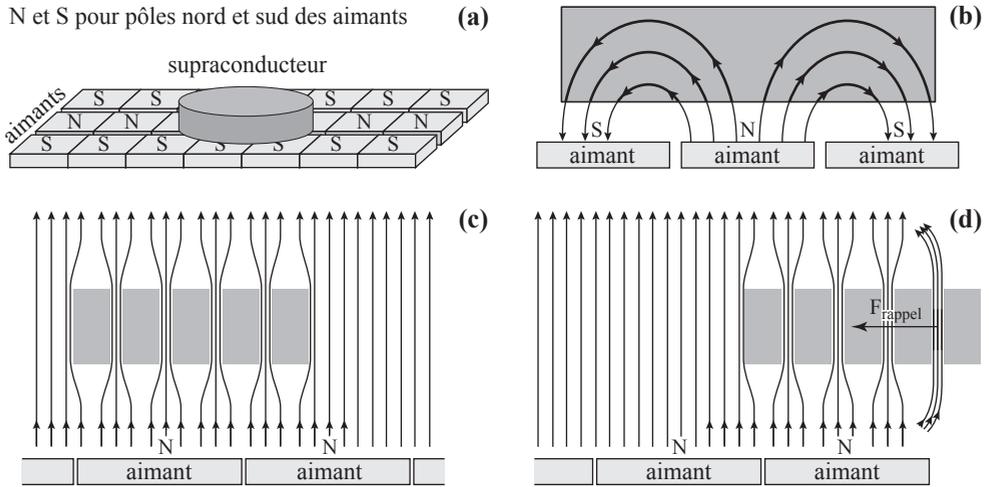


Figure 6.19 - Déplacement et stabilisation d'un bloc supraconducteur sur un rail (supraconducteur dur refroidi sous champ magnétique)

(a) vue de profil. (b) vue de face. Avec une bande centrale « pôle nord vers le haut » et des bandes latérales « pôle sud vers le haut », on a un retour rapide des lignes de champ et un fort gradient de champ magnétique qui amplifie les forces de répulsion. (c) Les vortex tendent à rester dans un champ magnétique de topologie identique à celui qui les a créés. Ils peuvent donc se déplacer sans frottement le long du rail. (d) En arrivant, en bout de rail, dans un champ magnétique différent de celui qui les a créé, les vortex subissent une force de rappel. Le même type de force de rappel assure la stabilité latérale du supraconducteur.

6.11 - Quelques illustrations de la diversité de comportement des vortex

Les vortex dépendant de multiples paramètres tels que la nature du matériau, la géométrie et l'histoire thermomagnétique de l'échantillon, les effets de surface, ou encore de paramètres indirects comme les contraintes magnéto-mécaniques, de nombreuses configurations stables ou métastables ont été observées. A titre d'exemple, et pour éveiller la curiosité du lecteur, en voici quatre parmi une liste qui pourrait être beaucoup plus longue.

6.11.1 - Effet du champ démagnétisant

Si, pour ne pas compliquer davantage, le rôle du champ démagnétisant a été oublié dans ce chapitre, il n'est pas absent et peut entraîner des situations de mélange de phase comme celle décrite au chapitre 5 dans un supraconducteur de type I. Par exemple, lorsque le champ extérieur est proche de H_{c1} , on observe souvent un mélange de phases de MEISSNER et de SCHUBNIKOV (fig. 6.20).

La pénétration de vortex et leurs déplacements vers l'intérieur du matériau se poursuivent aussi longtemps qu'il existe un point où F_ϕ est supérieure à F_p , c'est-à-dire où \bar{J} est supérieur à J_c^{Bean} . Le processus d'entrée et de migration de vortex ne prend fin que lorsque la condition (7.29) $|\text{rot } \mathbf{B}| = \mu_0 J_c$ est de nouveau satisfaite, c'est-à-dire lorsque on retrouve $\bar{J}_y(x) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \bar{B}_z}{\partial x} = J_c^{\text{Bean}}$.

Dans ce nouvel état d'équilibre, le champ magnétique moyen décroît linéairement avec la pente $-\mu_0 J_c^{\text{Bean}}$ depuis la valeur B_2^0 en $x=0$, jusqu'à $\bar{B}_z = 0$ en x_2 . Au-delà, il reste nul (fig. 7.9b).

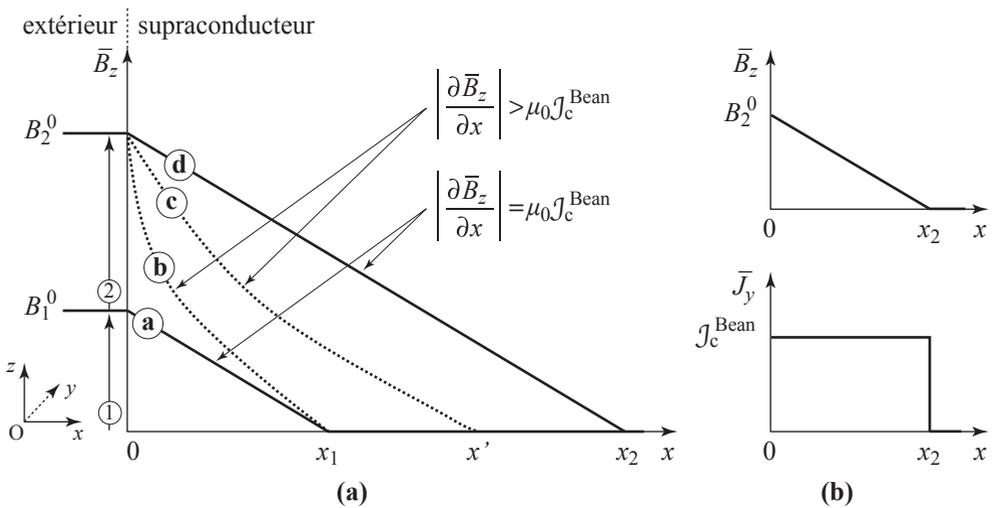


Figure 7.9 - Modèle de pénétration des vortex en champ croissant : avancée d'un front de vortex
(a) Lorsque le champ appliqué croît de B_1^0 à B_2^0 , la distribution du champ à l'intérieur du supraconducteur passe progressivement de $\bar{B}_{1z}(x)$ (courbe a) à $\bar{B}_{2z}(x)$ (courbe d).

Le profil d'équilibre est linéaire décroissant de pente $\bar{J}_y(x) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \bar{B}}{\partial x} = J_c^{\text{Bean}}$. Des étapes

intermédiaires hypothétiques (courbes b et c) où $\bar{J}_y(x) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \bar{B}}{\partial x} > J_c^{\text{Bean}}$ sont en pointillés.

(b) Profil du champ magnétique moyen $\bar{B}_{2z}(x)$ et de la densité de courant moyenne $\bar{J}_y(x)$ à l'équilibre après application du champ magnétique B_2^0 .

Une nouvelle augmentation du champ extérieur entraîne un nouveau déplacement du front de vortex et un nouveau profil linéaire de champ magnétique satisfaisant à $\bar{J}_y = J_c^{\text{Bean}}$ ce qui, *a posteriori*, justifie le profil de $\bar{B}_{1z}(x)$ initialement supposé, du moins s'il s'agit d'une première montée en champ.

La densité de courant J_c^{Bean} qui circule entre $x=0$ et le front de vortex joue un rôle de courant d'écrantage qui maintient à zéro le champ magnétique au delà du front de vortex.

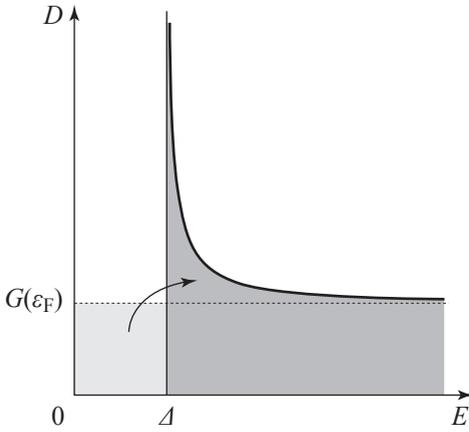


Figure 8.14

Densité d'états des quasiparticules

La densité d'états $D(E)$ des quasiparticules présente un gap énergétique Δ . Elle diverge en Δ et décroît au-delà pour rejoindre la densité d'états $G(\epsilon_F)$ des électrons libres. Les états d'électrons libres du matériau non-supraconducteur qui étaient situés entre 0 et Δ , sont transférés à des énergies supérieures à Δ .

8.6 - Conséquences de la structure énergétique

8.6.1 - Température critique

A température T non-nulle, des paires de COOPER se dissocient par activation thermique pour donner des quasiparticules qui viennent bloquer des états de paires et réduire le gap. La probabilité d'apparition d'une quasiparticule est, à l'instar de toute excitation devant surmonter une barrière d'énergie Δ , proportionnelle à $e^{-\Delta/k_B T}$.

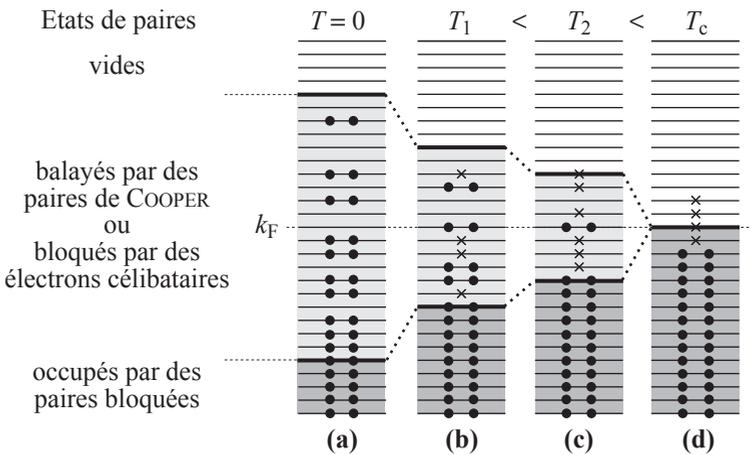


Figure 8.15 - Paires de COOPER et quasiparticules

(a) à 0 K les paires de COOPER (••) balayent les états de paires situés essentiellement dans la tranche δk comprise entre $k_F - k_\Delta$ et $k_F + k_\Delta$. Les états supérieurs sont vides et les états inférieurs sont occupés par des paires bloquées. **(b) (c)** A température non-nulle, des quasiparticules (x) viennent occuper des états individuels de la tranche δk et retirer des états balayés les états de paires bâtis sur ces états individuels. Il s'ensuit une diminution du gap et une réduction de δk qui conduisent in fine à la disparition de la supraconductivité à T_c . **(d)** A T_c et au-dessus, on retrouve le schéma habituel avec des quasiparticules (électrons normaux) sur un intervalle de l'ordre de $k_B T$ au voisinage du niveau de FERMI.

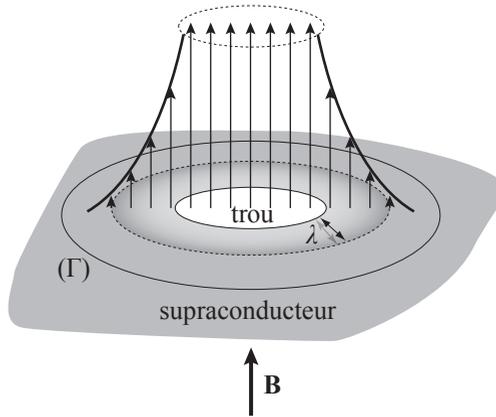


Figure 9.4 - Flux du champ magnétique « à travers » un « trou de supraconducteur »

Le champ magnétique régnant dans le trou s'évanouit dans le supraconducteur sur la distance de pénétration λ . La surface à travers laquelle le flux est quantifié englobe, non seulement le trou, mais aussi la zone de champ décroissant dans le supraconducteur. Le grand cercle (Γ) qui supporte la surface au travers de laquelle le flux est comptabilisé évite la zone de LONDON.

La possibilité de déterminer la charge des porteurs de la supraconductivité, et donc de mettre en évidence la paire de COOPER, n'apparaît qu'avec la mesure du quantum de flux. En effet, bien que faisant intervenir aussi la charge des particules, la longueur de LONDON ne permet pas de déterminer cette valeur de charge car, si dans l'expression de λ_L (tab. 9.1) la charge et la masse sont multipliées par 2, la densité des porteurs doit être divisée par 2, ce qui laisse inchangé le résultat final.

Tableau 9.1 - Justification des paires de COOPER par le quantum de flux

L'association des mesures de la longueur de LONDON et du quantum de flux montre que les particules à l'origine de la supraconductivité ont une masse et une charge doubles de celles de l'électron.

Longueur de LONDON	Quantum de flux
$\lambda_L^2 = \frac{m}{\mu_0 n_s e^2} = \frac{m_p}{\mu_0 n_p q_p^2}$ <p>L'expression de λ_L est insensible à un groupement des électrons par paires dans la mesure où la masse et la charge sont multipliées par deux alors que la densité est divisée par deux.</p>	$\phi_0 = \frac{2\pi\hbar}{-q_p} = \frac{h}{2e}$ <p>La mesure de ϕ_0 montre que les particules concernées par la quantification du flux portent une charge double de celle de l'électron.</p>

La preuve expérimentale de l'existence des paires de COOPER a été apportée par la mesure du flux piégé dans un cylindre creux⁶ (fig. 9.5). Le résultat montre sans ambiguïté que ce flux est quantifié et que la charge à prendre en considération dans l'expression du quantum de flux est le double de la charge de l'électron $q_p = -2e$.

6 W. GOODMAN & B.S. DEEVER (1970) *Phys. Rev. letters* **24**, 870.

Chapitre 10

EFFET JOSEPHSON

L'effet JOSEPHSON résulte du passage de particules « paires de COOPER » (et non d'électrons individuels) entre deux blocs supraconducteurs séparés par une barrière isolante (SIS), un métal normal (SNS), une simple striction du supraconducteur (SCS ; « weak link ») ou une couche ferromagnétique (SFS). Chacun des blocs (1) et (2) abrite un condensat supraconducteur dont la fonction d'onde (expression 9.2) possède ses propres caractéristiques : densité de paires de COOPER $n_1(\mathbf{r},t)$, $n_2(\mathbf{r},t)$ et phase $\theta_1(\mathbf{r},t)$, $\theta_2(\mathbf{r},t)$. Le cas « standard » de la jonction SIS, où la paire de COOPER passe de l'un à l'autre des deux blocs par effet tunnel, est traité en détail dans les premières sections. Les jonctions SNS et SCS plus complexes sont abordées à la section 10.7. La jonction SFS fera l'objet de la section 10.8. De telles jonctions sont appelées « jonctions JOSEPHSON ».

10.1 - Equations de JOSEPHSON dans une jonction SIS

L'épaisseur de la couche isolante étant de l'ordre du nanomètre, la fonction d'onde des paires de COOPER du bloc (1) déborde dans le bloc (2) et inversement, ce qui se traduit par une probabilité non-nulle de transfert de paires de COOPER d'un bloc à l'autre par effet tunnel (fig. 10.1b).

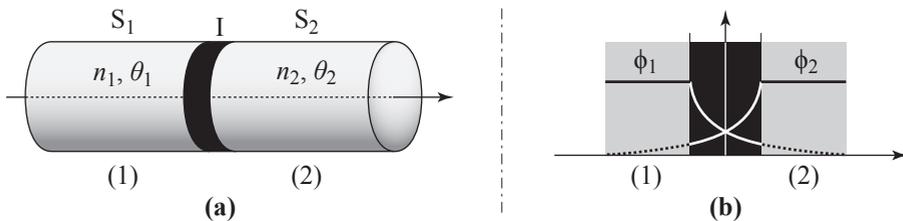


Figure 10.1 - Jonction JOSEPHSON SIS

(a) Une jonction JOSEPHSON SIS est constituée de deux blocs supraconducteurs (1) et (2) séparés par une barrière isolante. Chaque bloc est caractérisé par sa densité de paires de COOPER n_1 et n_2 et par la phase de sa fonction d'onde θ_1 et θ_2 . (b) Le recouvrement des parties évanescentes des fonctions d'onde des paires de COOPER de chaque compartiment permet le franchissement de la barrière par effet tunnel.

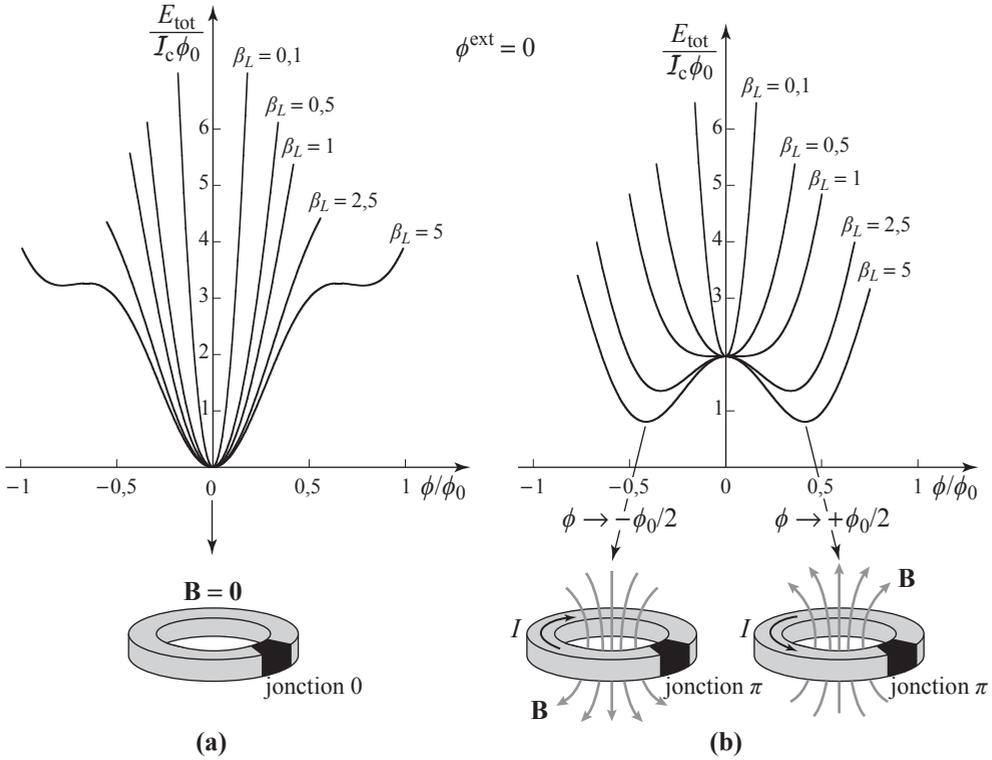


Figure 11.11 - Energie d'un rf-SQUID inductif à une jonction en fonction de ϕ sous champ extérieur nul

(a) L'énergie d'un circuit SQUID à une jonction JOSEPHSON 0 est toujours minimale à flux total nul. (b) L'énergie d'un circuit SQUID à une jonction JOSEPHSON π présente deux minima lorsque le coefficient $\beta_L = 2\pi(LI_c / \phi_0)$ est supérieur à 1. A chacun des minima correspond un flux piégé qui est d'autant plus proche de $\pm \phi_0 / 2$ que β_L est grand.

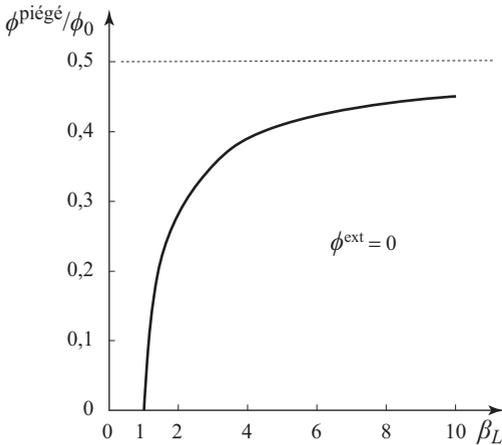


Figure 11.12 Flux piégé en champ extérieur nul
Le flux piégé en l'absence de champ extérieur dans un rf-SQUID à jonction π est nul pour $\beta_L < 1$. Au delà, il croît avec β_L et tend asymptotiquement vers $\pm \phi_0 / 2$.