Chapitre F

Sur la variable de temps

Temps physique *versus* temps biologique ?

Toute fonction de croissance s'écrit par rapport à une variable indépendante qui habituellement est le *temps physique* de la mécanique classique ou *temps sidéral* t : $y(t)$. Une question préliminaire pourrait néanmoins se poser sur le choix d'une autre variable temporelle qui serait mieux adaptée à la cinétique d'un processus de nature biologique et non strictement physique. Sans méconnaître la connexion existant entre le temps sidéral ou astronomique et divers processus de croissance (rôle synchroniseur de l'alternance lumière-obscurité sur les rythmes circadiens particulièrement importants chez les végétaux chlorophylliens), il est intéressant d'envisager le bien fondé d'un changement d'échelle et de tenter une définition de ce que serait le *temps biologique*.

On sait que cette question constitue un thème classique récurrent en différents domaines. De fait plusieurs auteurs s'y sont intéressés en vue d'une représentation mathématique pertinente d'une cinétique de croissance. Sans être exhaustif car plusieurs travaux se sont limités à de simples propositions sans applications convaincantes, il convient d'examiner quelques-unes de ces analyses pouvant montrer la diversité des approches engagées.

Le chapitre 2 du livre *Biomathématiques de la croissance* de R. Buis a ainsi détaillé le *temps biologique de Backman* et le *temps plastochronique d'Erickson*, dont nous avons vu les implications biologiques. Exposons ici d'autres considérations qui, bien qu'un peu éloignées de notre sujet de cinétique végétale, présentent un double intérêt, historique et théorique, méritant de ne pas les méconnaître. Il s'agit d'abord du cas célèbre de la recherche d'un *temps physiologique* fondé sur la vitesse de cicatrisation d'une blessure (Lecomte du Noüy, 1936). Il faut le voir comme un exemple simple de recherche d'une loi cinétique rapportant le processus à deux variables indépendantes : l'échelle temporelle de la suite des mesures et ce qui relève d'un facteur individuel tel que l'âge du sujet. Un autre point de vue tout différent se propose de rechercher ce que l'on peut appeler un *temps intrinsèque* au phénomène étudié. Cette question qui reste ouverte sera abordée succinctement en fin de ce chapitre.

F.1. Temps physiologique : le cas de la cicatrisation des blessures

Pour formaliser le déroulement du processus de cicatrisation de plaies en physiologie humaine, Lecomte du Noüy chercha d'abord à exprimer la variation d'activité en se basant sur la décroissance relative observée entre deux mesures consécutives j et $j+1$ (intervalle temporel de $\delta = 4$ j). Pour une catégorie d'âge donné les accroissements relatifs de la surface de la plaie S : $[(S_{j+1} - S_j)/S_j]$[1] varient au cours du processus selon un graphe dont la forme conduisit empiriquement à l'expression suivante :

$$S_{j+1} = S_j\,[1 - k(\delta + \sqrt{t}\,)]$$

où le paramètre k varie avec l'âge du blessé.

1 A noter que cette expression empirique ne constitue pas une estimation correcte de la vitesse spécifique (voir chap 2, A.2 du livre *Biomathématiques de la croissance* de R. Buis).

k ayant la signification d'un *indice de cicatrisation* dénommé i, Lecomte du Noüy construisit (à défaut d'une représentation en 3D) des abaques donnant, pour un âge donné, la variation de cet indice i en fonction de S en utilisant la formule ci-dessus (fig. F1).

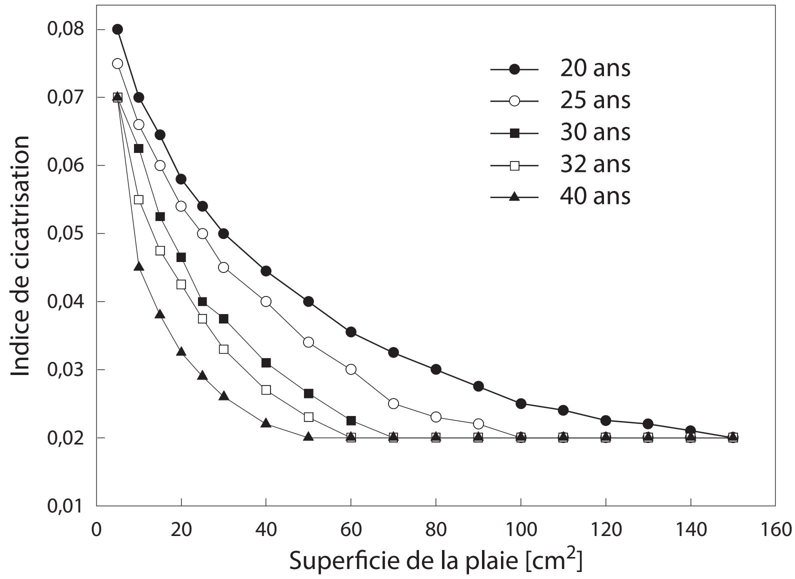

Figure F1 - Abaques de l'indice de cicatrisation *i* selon l'âge
[d'après les données de Lecomte du Noüy, 1936]

L'indice de cicatrisation i étant fonction à la fois de la superficie de la plaie et de l'âge du blessé, Lecomte du Noüy définit ensuite une grandeur qui soit caractéristique de l'âge a et invariante tout au long du processus, à savoir $A_{\text{age}\,a} = i\sqrt{S}$, dénommée constante d'activité physiologique (fig. F2). Ce qui signifie que, pour une blessure de superficie initiale donnée, activité physiologique et durée de cicatrisation sont inversement proportionnelles entre deux âges différents : la durée de cicatrisation augmente avec l'âge. Par exemple, pour une plaie de 20 cm^2, la cicatrisation est 1,8 fois plus lente à 50 ans qu'à 20 ans.

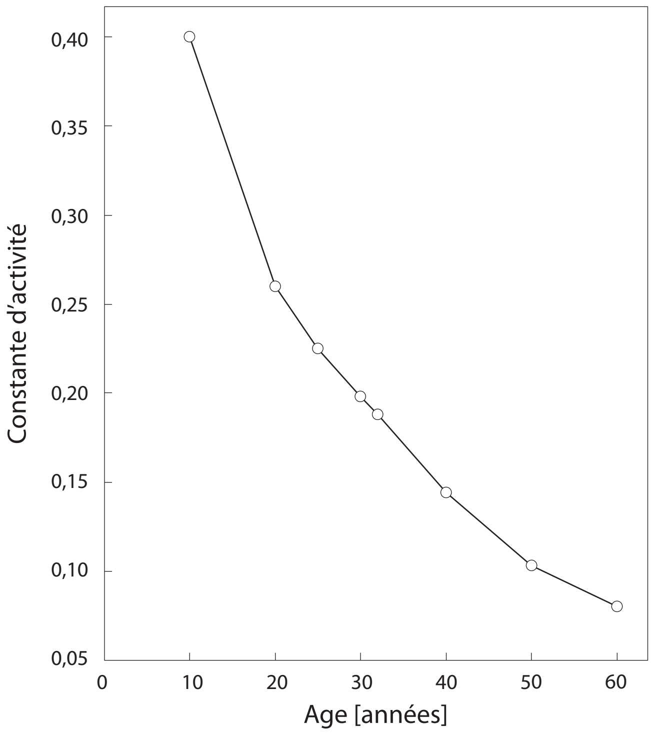

Figure F2 - Activité physiologique de cicatrisation en fonction de l'âge
[d'après les données de Lecomte du Noüy, 1936]

Par ailleurs, comme pour beaucoup de processus naturels, on peut supposer en première approximation que la superficie qui cicatrise dS par unité de temps est proportionnelle à la superficie actuelle de la plaie S :$-\mathrm{d}S = kS\,\mathrm{d}T$, soit $S = S_0 \exp(-kt)$. Sachant que cette décroissance exponentielle est caractérisée par un paramètre k variable, Lecomte du Noüy constata que les écarts entre les mesures et les estimations fournies par cette formule approchée suivent une fonction parabolique de paramètre p. D'où il déduisit la fonction de cicatrisation suivante :

$$S = S_0 \exp[-k(t + t^2)/2p]$$

les paramètres k et p étant reliés à l'indice de cicatrisation empirique noté plus haut.

En rapport avec la *durée* telle que discutée par Bergson sur la perception variable de l'écoulement du temps physique, on dira que ce qui compte ici ce n'est pas la durée de réalisation, mais la réalisation elle-même. L'unité de temps physiologique considéré par Lecomte du Noüy correspond au travail accompli (cicatrisation) et non à la durée de son accomplissement mesurée en temps sidéral. De son côté l'approche de Backman (chap. 2 du livre *Biomathématiques de la croissance* de R. Buis) vise à convertir exactement le temps physique en un temps biologique.

F.2. Temps et durée intrinsèque

La variable *durée* ou intervalle de temps nécessaire pour passer d'une taille y_1 à une taille y_2 : $D(y_1, y_2)$ a été précédemment définie au chapitre 2 (section 2.2.3) du livre *Biomathématiques de la croissance* de R. Buis en nous référant à la fonction de croissance $f(t)$ de la variable y. Tout autre est la notion de *durée intrinsèque* (ou « subjective ») $d(t_1, t_2)$. Remarquons avec Vallée que, pour un système dynamique donné, temps et durée physiques sont des concepts *externes* ayant le statut de référentiel de représentation. En se plaçant d'un point de vue *interne* il s'agit de quantifier ce qui a trait à la « perception » par le système lui-même. L'idée de base intéressante est de rattacher l'écoulement du temps à l'existence d'un *changement d'état* du système. Plus précisément Vallée (2005) suppose que ce changement d'état peut être exprimé par le carré de la norme du vecteur vitesse d'évolution du système (supposé isolé). D'où la définition de la durée intrinsèque entre deux instants de mesure t_1 et t_2 :

$$d(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} \left\| \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \right\|^2 \mathrm{d}t \qquad [1]$$

le *temps intrinsèque* étant la valeur de la durée $d(0, t)$.

Si $\dot{y} = \mathrm{Cte}$ (pas de variation de la vitesse), alors $d(t_1, t_2) \propto t_2 - t_1$. Si $\dot{y} = 0$ (pas de changement $\Rightarrow$ « subjectivement le temps ne s'écoule pas »), alors $d(t_1, t_2) = 0$.

Dans le cas simple d'une *croissance exponentielle* $\mathrm{d}y/\mathrm{d}t = ay$ la durée intrinsèque [1] s'exprime en fonction du temps t et du paramètre a de l'exponentielle par :

$$d(t_1, t_2) = \frac{a y^2(0)\,[\exp(2at_2) - \exp(2at_1)]}{2}$$

Le temps intrinsèque est $d(0, t) = \dfrac{a y^2(0)\,[\exp(2at) - 1]}{2}$

Vallée développe, entre autres, le cas d'un système explosif limité de type parabolique (correspondant à la croissance d'une population selon une fonction puissance du temps, voir chapitre 3, section 3.3 du livre *Biomathématiques de la croissance* de R. Buis), système pour lequel le temps intrinsèque est proportionnel au logarithme du temps physique. D'où une parenté avec les travaux de Lecomte du Noüy (voir plus haut) pour qui le temps physiologique, pour un âge donné, étant proportionnel à la vitesse de cicatrisation d'une plaie superficielle, est également de nature logarithmique.

Avec la loi de Mitscherlich 1 (chap. 4 du livre *Biomathématiques de la croissance* de R. Buis), exemple de croissance limitée $y = K(1 - b\exp(-at)]$, le temps intrinsèque est de nature asymptotique :

$$d(0,t) = \frac{ab^2}{2}[1 - \exp(-2at)]$$

Ce principe s'applique bien entendu à d'autres types de fonction de croissance, aboutissant à des expressions assez compliquées du temps intrinsèque. Signalons enfin, sous l'appellation de *temps propre* d'un système dynamique, le principe d'un effet de *mémorisation* s'ajoutant aux considérations précédentes sur la relation entre temps interne et changement d'état (Vallée, 1996). Nous avons envisagé précédemment et sous un autre angle cette question importante d'une mémorisation en morphogénèse végétale.

Remarque - Proche de ce principe d'un temps fondé sur la variation de l'état d'un système évolutif citons la proposition d'un *temps entropique* (Pacault et Vidal, 1975). On pose que la production interne d'entropie S d'un système dans le cas de processus irréversibles est proportionnelle à la durée mesurée en temps entropique t^*, soit : $\mathrm{d}_i S = a\,\mathrm{d}t^*$. Cette notion, considérée initialement dans le cadre de réactions chimiques, ne peut être développée ici car elle ne semble pas avoir eu d'application concrète en Biologie. Pour autant il convient de l'évoquer comme possible base de travail en ce domaine qui suscite toujours l'interrogation du modélisateur.

Références

Buis R., 2016, *Biomathématiques de la croissance, Le cas des végétaux*, 608 p., Coll. Grenoble Sciences, EDP Sciences

Lecomte du Noüy P., 1936, *Le temps et la vie*, 268 p., Gallimard

Pacault A., Vidal C., 1975, À *chacun son temps*, 292 p., Flammarion

Vallée R., 1996, *3^e Congrès européen de Systémique*, 967-970, E. Pessa éd.

Vallée R., 2005, *Kybernetes*, **34** :1563-69

Pour aller plus loin (sur les rythmes biologiques)

Winfree A.T., 1980, *The geometry of biological time*, 530 p., (2nd ed., 2001, 777 p.), Springer