

TABLE DES MATIÈRES

Présentation	5
Prologue - Comparaison de collections	11
Chapitre 1 - Le langage des ensembles	17
1.1 Généralités	17
1.2 L'inclusion	18
1.3 Union, intersection et différence	20
1.4 Produit cartésien	23
Exercices : indications et propositions de solution.....	25
Chapitre 2 - Les applications	27
2.1 Définitions, exemples et notations	27
2.2 Injectivité, surjectivité, bijectivité ; fonctions	30
2.3 Union, intersection, différence et applications.....	32
2.4 Composition d'applications, application réciproque d'une bijection.....	35
2.5 Suites, familles : ce sont encore des applications.....	38
Exercices : indications et propositions de solution.....	40
Chapitre 3 - Relations - tables de vérité	43
3.1 Relations sur un ensemble.....	43
3.2 Relations d'équivalence - partitions.....	45
3.3 Tables de vérité	49
Exercices : indications et propositions de solution.....	51
Chapitre 4 - Ensembles ordonnés - les naturels - les réels	53
4.1 Relations d'ordre : exemples et définitions.....	53
4.2 Petits et grands.....	55
4.2.1 Majorants, minorants	55
4.2.2 Maximum, minimum.....	56
4.2.3 Borne supérieure, borne inférieure	56
4.3 Intervalles	57
4.4 Les applications monotones.....	58
4.5 Les naturels.....	59
4.5.1 Prédécesseurs, successeurs.....	59
4.5.2 Bon ordre.....	59
4.5.3 Ensembles infinis, ensembles finis.....	61
4.5.4 Raisonnement par récurrence.....	62

4.6	Les réels.....	63
4.6.1	Valeur absolue et distance	66
4.6.2	Points adhérents, points isolés, points intérieurs, ensembles ouverts.....	68
	Exercices : indications et propositions de solution.....	69
	Chapitre 5 - Les suites réelles.....	77
5.1	Les suites réelles.....	77
	Suites majorées, minorées, bornées.....	78
5.2	Suites convergentes	78
5.3	Utilisation des quantificateurs	81
5.4	Suites extraites.....	84
5.5	Limites et opérations.....	85
5.5.1	Addition.....	85
5.5.2	Multiplication	86
5.5.3	Inverse	87
5.6	Limites et ordre.....	87
	Suites monotones.....	89
5.7	Suites adjacentes.....	90
5.8	Suites de Cauchy.....	92
5.9	Limites infinies.....	95
5.9.1	Limites infinies et addition.....	96
5.9.2	Limites infinies et multiplication.....	96
5.9.3	Inverse d'une suite.....	96
5.10	Suites récurrentes.....	97
5.11	A propos de l'utilisation des symboles logiques.....	98
	Exercices : indications et propositions de solution.....	99
	Chapitre 6 - Limites et continuité.....	107
6.1	Définition des limites.....	107
	Examen de deux cas.....	108
6.2	Définition de la continuité.....	111
	Suites et continuité.....	111
6.3	Limites, continuité et composition des applications.....	112
6.4	Limites, continuité et opérations.....	113
6.4.1	Somme et produit.....	113
6.4.2	Inverse.....	114
6.5	Limites infinies, limites à l'infini.....	115
6.6	Equivalence	117
6.7	Propriétés globales des applications continues	119
6.7.1	Théorème des valeurs intermédiaires.....	119
6.7.2	Image d'un intervalle par une application continue	120
6.7.3	Monotonie stricte et continuité	121
	Exercices : indications et propositions de solution.....	124

Chapitre 7 - Différentielles et dérivées	129
7.1 Applications différentiables de \mathbb{R} vers \mathbb{R}	129
7.2 Rappels	133
7.3 Le théorème des accroissements finis	134
7.4 Sens de variation des applications dérivables.....	136
Extremum local.....	138
7.5 Dérivée d'une application réciproque	140
7.6 Primitives	140
Exercices : indications et propositions de solution	142
Chapitre 8 - Fonctions transcendantes	147
8.1 Logarithme et exponentielle.....	147
Echelles de fonctions	149
8.2 Les fonctions trigonométriques.....	150
8.3 Quelques généralités sur les fonctions.....	155
8.3.1 Périodicité.....	155
8.3.2 Composition d'applications (changement de variable).....	155
8.4 Applications Arcsin, Arccos et Arctan.....	158
8.4.1 Arcsinus	158
8.4.2 Arccosinus.....	159
8.4.3 Arctangente.....	159
8.5 Fonctions hyperboliques.....	160
Fonctions hyperboliques réciproques	162
Exercices : indications et propositions de solution	163
Chapitre 9 - Développements de fonctions	171
9.1 Développements de Taylor.....	171
9.2 Développements limités : définitions.....	173
9.3 Développements limités : somme, produit, quotient, composition.....	174
9.3.1 Somme	174
9.3.2 Produit.....	175
9.3.3 Quotient.....	176
9.3.4 Composition.....	177
9.4 Développements limités usuels	179
9.5 Développements asymptotiques.....	181
Exercices : indications et propositions de solution	182
Chapitre 10 - Intégration	187
10.1 Description de l'intégrale de Riemann.....	187
10.2 Propriétés fondamentales de l'intégrale de Riemann	190
10.3 Intégration et continuité	191
10.4 Intégration et développements limités.....	198
Exercices : indications et propositions de solution	200

Chapitre 11 - Calcul d'intégrales et de primitives	207
11.1 Utilisation de primitives connues	207
11.2 Intégration par parties.....	208
11.3 Composition d'applications (changement de variable).....	211
11.4 Décomposition des fonctions rationnelles en éléments simples	214
11.4.1 Division euclidienne.....	214
11.4.2 Décomposition d'une fonction rationnelle : description	215
11.4.3 Décomposition d'une fonction rationnelle : exemples.....	217
11.5 Primitives des fonctions rationnelles	218
11.6 Utilisation des fonctions rationnelles.....	220
11.6.1 Fonctions rationnelles de fonctions trigonométriques.....	220
11.6.2 Exponentielles et fonctions trigonométriques hyperboliques ...	222
11.6.3 Fonctions rationnelles et racine carrée d'une fonction homographe.....	222
11.6.4 Fonctions rationnelles et racine carrée d'un trinôme du second degré.....	223
11.7 Extension de la notion d'intégrale.....	224
11.8 Calcul numérique.....	228
11.8.1 Sommes de Riemann.....	228
11.8.2 Calculs numériques	228
Exercices : indications et propositions de solution.....	229
Chapitre 12 - Lois et opérations	235
12.1 Introduction	235
12.1.1 Homomorphismes, isomorphismes, endomorphismes, automorphismes.....	236
12.1.2 Loi compatible avec une relation d'équivalence.....	238
12.2 Les groupes	239
12.2.1 Premières propriétés et notations.....	241
12.2.2 Action de \mathbb{Z} sur un groupe commutatif.....	242
12.3 Sous-groupes	242
12.3.1 Les sous-groupes de $(\mathbb{Z}, +)$	245
12.3.2 Les sous-groupes de $(\mathbb{R}, +)$	245
12.4 Homomorphismes de groupes	247
Le groupe multiplicatif des nombres complexes de module 1.....	250
12.5 Anneaux et corps.....	251
Homomorphismes d'anneaux, de corps.....	253
Exercices : indications et propositions de solution.....	254
Chapitre 13 - Les espaces vectoriels	263
13.1 Définitions et premières propriétés.....	263
13.1.1 Premiers exemples.....	265
13.1.2 Premières propriétés.....	265
13.1.3 Algèbres.....	266

13.2	Sous-espaces vectoriels.....	267
	Intersection de sous-espaces vectoriels.....	270
13.3	Sommation dans un groupe commutatif.....	271
13.4	Combinaisons linéaires.....	273
13.5	Systèmes générateurs	275
13.6	Systèmes libres, systèmes liés.....	276
	13.6.1 Systèmes libres et systèmes générateurs	279
	13.6.2 Systèmes infinis.....	280
13.7	Bases	281
13.8	Espaces vectoriels de dimension finie	281
	Sous-espaces vectoriels d'un espace vectoriel de dimension finie	285
13.9	Les matrices	289
	13.9.1 Produit de matrices.....	291
	13.9.2 Algèbres des matrices carrées	293
	Exercices : indications et propositions de solution.....	293
	Chapitre 14 - Les applications linéaires.....	299
14.1	Définitions et premières propriétés.....	299
14.2	Applications linéaires et sous-espaces vectoriels.....	301
	14.2.1 Formes linéaires et hyperplans vectoriels	304
	14.2.2 L'algèbre des endomorphismes d'un espace vectoriel.....	304
14.3	Applications linéaires et systèmes de vecteurs	305
14.4	Espaces vectoriels de dimension finie	307
14.5	Applications linéaires et matrices	310
	14.5.1 Composée de deux applications linéaires.....	313
	14.5.2 Equation d'un hyperplan vectoriel	314
14.6	Endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension 2.....	315
	14.6.1 Automorphismes.....	315
	14.6.2 Changement de base.....	318
	Exercices : indications et propositions de solution.....	321
	Annexe 1 - Méthodes de raisonnement	327
	A - Logique des propositions.....	327
	B - Logique quantifiée.....	329
	C - Remarques générales.....	330
	Annexe 2 - Quelques propriétés des triangles	331
	Droites remarquables du triangle ABC	331
	Propriétés affines.....	333
	Propriétés métriques	335
	Index.....	339
	Table des notices biographiques.....	346