

# ***TABLE DES MATIERES***

|                      |   |
|----------------------|---|
| <b>Préface</b> ..... | 5 |
|----------------------|---|

## **PREMIERE PARTIE**

### **DES DONNEES EXPERIMENTALES AUX NOTIONS MATHEMATIKES**

|   |    |
|---|----|
| <b>Chapitre 1 - Variables - Valeurs</b> ..... | 11 |
|---|----|

|   |    |
|---|----|
| 1. Information - Types.....                         | 11 |
| 1.1. Informations .....                             | 11 |
| 1.2. Types .....                                    | 12 |
| 2. Représentations.....                             | 13 |
| 2.1. Langage - Représentation des variables .....   | 13 |
| 2.2. Représentation des valeurs.....                | 13 |
| 2.3. Représentation des types.....                  | 15 |
| 2.4. Représentation des types produits .....        | 17 |
| 2.5. Représentation simultanée de valeurs.....      | 18 |
| 3. Variables en informatique .....                  | 19 |
| 3.1. Actions : description - exécution.....         | 19 |
| 3.2. Traitement d'informations .....                | 19 |
| 3.3. Description des variables.....                 | 20 |
| 3.4. Description d'un traitement d'information..... | 20 |
| 3.5. Actualisation des variables .....              | 21 |
| 3.6. Affichage des valeurs.....                     | 21 |
| 3.7. Exemple de programme.....                      | 21 |
| Représentation des types infinis.....               | 22 |
| Représentation des types produits .....             | 23 |

|  |    |
|--|----|
| <b>Chapitre 2 - Description des valeurs d'une variable</b> ..... | 25 |
|--|----|

|   |    |
|---|----|
| 1. Représentation simultanée des valeurs.....             | 25 |
| 1.1. Liste chronologique.....                             | 26 |
| 1.2. Tableaux des effectifs et des fréquences .....       | 27 |
| 1.3. Tableau récapitulatif.....                           | 28 |
| 1.4. Tableau des fréquences et des effectifs cumulés..... | 29 |
| 1.5. Remarques pratiques .....                            | 30 |
| 2. Valeurs produits : couples - triplets.....             | 30 |
| 3. Indicateurs de position et de dispersion.....          | 32 |
| 3.1. Indicateurs de position .....                        | 32 |
| 3.2. Indicateurs de dispersion.....                       | 34 |
| 3.3. Remarques .....                                      | 36 |

|   |           |
|---|-----------|
| 4. Traitements numériques.....                      | 37        |
| 4.1. Type séquence.....                             | 37        |
| 4.2. Composition d'instructions .....               | 38        |
| 4.3. Traitement séquentiel .....                    | 39        |
| Fichiers en informatique .....                      | 42        |
| Opérations sur les fichiers externes.....           | 43        |
| <b>Chapitre 3 - Fonctions</b> .....                 | <b>45</b> |
| 1. Lois - Variables exprimées.....                  | 45        |
| 1.1. Lois scientifiques.....                        | 45        |
| 1.2. Variables exprimées .....                      | 46        |
| 1.3. Fonction associée à une variable exprimée..... | 46        |
| 1.4. Expressions.....                               | 46        |
| 2. Notions relatives aux fonctions.....             | 47        |
| 2.1. Fonctions de plusieurs variables.....          | 47        |
| 2.2. Fonctions réciproques .....                    | 47        |
| 2.3. Graphe d'une fonction .....                    | 48        |
| 2.4. Composition de deux fonctions.....             | 48        |
| 3. Représentation des fonctions.....                | 49        |
| 4. Représentations graphiques .....                 | 50        |
| 4.1. Échelles.....                                  | 50        |
| 4.2. Courbes représentatives .....                  | 50        |
| 4.3. Surfaces représentatives .....                 | 52        |
| 4.4. Courbes paramétrées .....                      | 53        |
| 5. Propriétés des fonctions numériques .....        | 53        |
| 5.1. Monotonie.....                                 | 53        |
| 5.2. Continuité.....                                | 54        |
| 5.3. Dérivabilité .....                             | 56        |
| 5.4. Différentielle d'une variable numérique.....   | 57        |
| 5.5. Définition des fonctions élémentaires.....     | 58        |
| 6. Approximation des fonctions.....                 | 59        |
| 6.1. Approximation locale .....                     | 59        |
| 6.2. Interpolation.....                             | 60        |
| 7. Fonctions en informatique.....                   | 62        |
| 7.1. Tableaux.....                                  | 62        |
| 7.2. Fonctions.....                                 | 62        |
| 7.3. Procédures .....                               | 63        |
| Fonctions et procédures .....                       | 65        |
| Exemples.....                                       | 65        |
| <b>Chapitre 4 - Corrélation</b> .....               | <b>67</b> |
| 1. Dépendance - Indépendance.....                   | 67        |
| 1.1. Lois exactes.....                              | 67        |
| 1.2. Lois approchées.....                           | 68        |
| 1.3. Lois descriptives ou explicatives.....         | 68        |
| 1.4. Indépendance.....                              | 68        |

|  |           |
|--|-----------|
| 2. Relations entre deux variables .....                      | 69        |
| 2.1. Ajustement .....  | 69        |
| 2.2. Classes de lois physiques ou biologiques .....          | 70        |
| 2.3. Écart entre courbe et nuage de points .....             | 70        |
| 3. Ajustement linéaire.....                                  | 71        |
| 3.1. Droites de régression .....                             | 71        |
| 3.2. Droite des moindres carrés normalisée .....             | 73        |
| 4. Corrélation.....  | 77        |
| <b>Chapitre 5 - Approximations numériques .....</b>          | <b>79</b> |
| 1. Convergence .....   | 79        |
| 1.1. Suites - Séries.....                                    | 79        |
| 1.2. Convergence d'une suite.....                            | 80        |
| 1.3. Convergence d'une série.....                            | 80        |
| 2. Séries élémentaires.....                                  | 81        |
| 2.1. Séries à termes positifs - Séries alternées .....       | 81        |
| 2.2. Critères de convergence .....                           | 82        |
| 3. Algorithmes de calcul numérique.....                      | 82        |
| 3.1. Construction de suites.....                             | 82        |
| 3.2. Erreur due à la méthode .....                           | 83        |
| 3.3. Erreur due au calcul.....                               | 83        |
| 3.4. Erreur globale.....                                     | 84        |
| 3.5. Algorithme instable.....                                | 84        |
| 4. Suites récurrentes .....                                  | 84        |
| 4.1. Construction graphique .....                            | 84        |
| 4.2. Convergence de la suite.....                            | 85        |
| 4.3. Étude qualitative.....                                  | 85        |
| 4.4. Étude quantitative.....                                 | 86        |
| 4.5. Rapidité de la convergence.....                         | 86        |
| 4.6. Application : résolution des équations $F(x) = 0$ ..... | 87        |
| 5. Séries de Mac Laurin et de Taylor .....                   | 88        |
| 5.1. Séries de Mac Laurin .....                              | 88        |
| 5.2 Développement des fonctions usuelles .....               | 89        |
| 5.3. Application : formes indéterminées.....                 | 89        |
| 5.4. Séries de Taylor.....                                   | 90        |
| <b>Chapitre 6 - Calcul des intégrales.....</b>               | <b>91</b> |
| 1. Calcul numérique des intégrales.....                      | 92        |
| 1.1. Méthode des rectangles .....                            | 92        |
| 1.2. Méthode des trapèzes .....                              | 93        |
| 1.3. Méthode de Simpson.....                                 | 94        |
| 2. Propriétés de l'intégrale .....                           | 94        |
| 2.1. Propriétés linéaires .....                              | 94        |
| 2.2 Relations entre intégrale et primitive.....              | 95        |
| 3. Tableau des primitives usuelles.....                      | 96        |

|   |     |
|---|-----|
| 4. Méthodes de recherche des primitives .....               | 98  |
| 4.1. Intégration par parties .....                          | 98  |
| Formules de Taylor .....                                    | 99  |
| 4.2. Utilisation de la notation différentielle .....        | 100 |
| 4.3. Changement de variable .....                           | 100 |
| 5. Généralisations .....                                    | 102 |
| 5.1. Intégrale sur un intervalle infini .....               | 102 |
| 5.2. Intégrale d'une fonction non bornée .....              | 102 |
| 5.3. Aire d'une surface limitée par une courbe fermée ..... | 103 |
| 5.4. Volume .....   | 104 |
| Valeurs de la fonction de Gauss .....                       | 105 |

## SECONDE PARTIE - INTRODUCTION A LA MODELISATION

|   |     |
|---|-----|
| <b>Chapitre 7 - Modèles mathématiques</b> .....               | 109 |
| 1. Notion de modèle .....                                     | 109 |
| 1.1. Caractéristiques d'un modèle .....                       | 109 |
| 1.2. Processus de modélisation .....                          | 110 |
| 1.3. Simulation .....   | 111 |
| 1.4. Modèles mathématiques .....                              | 111 |
| 2. Évolution de populations .....                             | 112 |
| 2.1. Lois exponentielles .....                                | 112 |
| 2.2. Extensions du modèle exponentiel .....                   | 116 |
| 3. Échanges entre compartiments .....                         | 118 |
| 3.1. Mise en équation .....                                   | 118 |
| 3.2. Échanges de A vers B seulement .....                     | 119 |
| 3.3. Membrane symétrique entre les compartiments A et B ..... | 120 |
| 3.4. Injection continue dans le compartiment A .....          | 121 |
| 4. Systèmes écologiques .....                                 | 122 |
| 4.1. Formulation du modèle .....                              | 122 |
| 4.2. Simulation .....   | 123 |
| 4.3. Visualisation .....                                      | 123 |
| 4.4. Linéarisation du système différentiel .....              | 125 |
| <b>Chapitre 8 - Équations différentielles</b> .....           | 127 |
| 1. Équations différentielles du premier ordre .....           | 127 |
| 1.1. Étude graphique .....                                    | 128 |
| 1.2. Résolution numérique .....                               | 128 |
| 1.3. Résolution théorique .....                               | 130 |
| 1.4. Équations à variables séparées .....                     | 130 |
| 1.5. Équations linéaires .....                                | 132 |
| 2. Équations différentielles du second ordre .....            | 133 |
| 2.1. Équations linéaires à coefficients constants .....       | 134 |
| 2.2. Résolution des équations sans second membre .....        | 134 |
| 2.3. Résolution des équations avec second membre .....        | 136 |
| 2.4. Exemple : masse suspendue à un ressort .....             | 136 |

|   |     |
|---|-----|
| <b>Chapitre 9 - Variables aléatoires</b> .....                  | 141 |
| 1. Modèles probabilistes.....                                   | 141 |
| 1.1. Variables aléatoires.....                                  | 142 |
| 1.2. Probabilités.....  | 143 |
| 2. Variables aléatoires numériques.....                         | 144 |
| 2.1. Fonction de répartition.....                               | 144 |
| 2.2. Variables aléatoires discrètes.....                        | 145 |
| Variables discrètes usuelles.....                               | 146 |
| 2.3. Variables aléatoires continues.....                        | 148 |
| Variables continues usuelles.....                               | 149 |
| 3. Indicateurs de position et de dispersion.....                | 150 |
| 3.1. Expressions des indicateurs.....                           | 150 |
| 3.2. Paramètres des variables usuelles.....                     | 151 |
| 3.3. Changement de variable affine.....                         | 151 |
| 3.4. Probabilités relatives à une variable de Gauss.....        | 152 |
| Utilisation de la table.....                                    | 154 |
| Table des valeurs de la fonction de Gauss.....                  | 155 |
| 4. Variables indépendantes.....                                 | 156 |
| 4.1. Indépendance de deux variables.....                        | 156 |
| 4.2. Observations ou tirages au sort indépendants.....          | 157 |
| 4.3. Opérations sur les variables aléatoires indépendantes..... | 158 |
| 4.4. Loi des grands nombres.....                                | 160 |
| <b>Chapitre 10 - Estimations - Tests</b> .....                  | 163 |
| 1. Principe des estimations.....                                | 163 |
| 2. Estimation ponctuelle.....                                   | 164 |
| 2.1. Moyenne.....   | 164 |
| 2.2. Variance.....  | 165 |
| 2.3. Proportion.....  | 166 |
| 3. Estimation par intervalle de confiance.....                  | 167 |
| 4. Principe des tests.....                                      | 170 |
| 5. Tests de conformité.....                                     | 170 |
| 5.1. Moyenne.....   | 170 |
| 5.2. Proportion.....  | 171 |
| 6. Tests d'homogénéité.....                                     | 172 |
| 6.1. Moyenne.....   | 172 |
| 6.2. Proportion.....  | 173 |
| 7. Tests du khi deux.....                                       | 174 |
| 7.1. Tests de conformité.....                                   | 174 |
| 7.2. Tests d'homogénéité.....                                   | 177 |
| Table de la loi du $\chi^2$ .....                               | 179 |

**EXERCICES**

|  |     |
|--|-----|
| <b>Exercices du chapitre 1</b> .....   | 183 |
| Variables - Valeurs                    |     |
| <b>Exercices du chapitre 2</b> .....   | 191 |
| Description des valeurs d'une variable |     |
| <b>Exercices du chapitre 3</b> .....   | 203 |
| Fonctions                              |     |
| <b>Exercices du chapitre 4</b> .....   | 219 |
| Corrélation                            |     |
| <b>Exercices du chapitre 5</b> .....   | 231 |
| Approximations numériques              |     |
| <b>Exercices du chapitre 6</b> .....   | 239 |
| Calcul des intégrales                  |     |
| <b>Exercices du chapitre 7</b> .....   | 247 |
| Modèles mathématiques                  |     |
| <b>Exercices du chapitre 8</b> .....   | 261 |
| Équations différentielles              |     |
| <b>Exercices du chapitre 9</b> .....   | 271 |
| Variables aléatoires                   |     |
| <b>Exercices du chapitre 10</b> .....  | 281 |
| Estimations - Tests                    |     |

**COMPLEMENTS**

|   |     |
|---|-----|
| <b>Compléments A</b> - Représentation des valeurs .....       | 291 |
| <b>Compléments B</b> - Relations entre variables.....         | 299 |
| <b>Compléments C</b> - Convergence - Méthodes numériques..... | 315 |
| <b>Compléments D</b> - Simulation aléatoire.....              | 323 |
| <b>Bibliographie</b> .....                                    | 333 |
| <b>Index</b> .....  | 335 |
| <b>Table des Exercices et Compléments</b> .....               | 343 |
| <b>Table des matières</b> .....                               | 347 |