

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 1 - Introduction	1
1.1 - Une histoire, des hommes	1
1.2 - Manifestations expérimentales de la supraconductivité	2
1.2.1 - Découverte de la supraconductivité : température critique	2
1.2.2 - Comportement magnétique des supraconducteurs	3
Effet MEISSNER-OCHSENFELD	3
Champs critiques et supraconducteurs de type I et II	3
1.2.3 - Densité de courant critique	4
1.2.4 - Effet isotopique	4
1.2.5 - Courants JOSEPHSON et quantification du flux	4
1.3 - Les modèles phénoménologiques	5
1.3.1 - Théorie de LONDON	6
1.3.2 - Approche thermodynamique	7
1.3.3 - Théorie de GINZBURG-LANDAU	7
1.3.4 - Les vortex	8
1.4 - La théorie microscopique BCS	8
1.5 - Les effets tunnel	9
1.6 - Une grande diversité de matériaux supraconducteurs	10
1.7 - Des supraconducteurs non « conventionnels »	11
1.8 - Des applications spectaculaires	12
1.9 - La supraconductivité dans l'histoire des hommes	13
Chapitre 2 - Théorie de LONDON	15
2.1 - Les équations de MAXWELL	15
2.2 - Comportement attendu d'un conducteur parfait	16
2.2.1 - Conduction électrique dans un conducteur normal	16
2.2.2 - Conduction électrique dans un conducteur parfait	17
2.2.3 - Champ magnétique dans un conducteur parfait	18
Application à une plaque de conducteur parfait	19
2.3 - Supraconducteur <i>versus</i> conducteur parfait	22
2.3.1 - Refroidissement en champ nul suivi de l'application d'un champ	22
2.3.2 - Application du champ magnétique lorsque $T > T_c$ puis refroidissement sous champ	23
2.4 - Les équations de LONDON	24
2.4.1 - Les électrons supraconducteurs	25

2.4.2 - Première équation de LONDON.....	25
2.4.3 - Seconde équation de LONDON.....	25
2.4.4 - Plaque supraconductrice plongée dans un champ magnétique	26
Plaque épaisse ($d \gg \lambda_L$).....	26
Plaque mince ($d \leq \lambda_L$).....	27
2.5 - Longueur de LONDON	28
2.5.1 - Détermination expérimentale de λ_L	28
2.5.2 - Dépendance thermique de la longueur de LONDON.....	29
2.6 - Application au fil supraconducteur	30
2.6.1 - Fil soumis à un champ magnétique.....	30
2.6.2 - Fil parcouru par un courant.....	32
2.6.3 - Fil de petit diamètre parcouru par un courant.....	33
2.6.4 - Généralisation	34
2.7 - Expérience d'OCHSENFELD	34
2.8 - Supraconducteur non simplement connexe (avec trou)	36
2.8.1 - Séquence 1 : refroidissement en champ nul.....	36
2.8.2 - Séquence 2 : refroidissement sous champ	37
2.8.3 - Conclusion	37
2.9 - Point de vue énergétique	38
2.9.1 - Interprétation énergétique de la longueur de LONDON.....	38
Energie magnétique	38
Energie cinétique des électrons supraconducteurs.....	38
2.9.2 - Seconde équation de LONDON par méthode variationnelle	39
2.10 - Approche de la supraconductivité par la mécanique des fluides	41
Trois remarques importantes	42
2.11 - Moment de LONDON	42
2.11.1 - Approche intuitive	42
2.11.2 - Evaluation du moment de LONDON	43
2.12 - Equation de LONDON en jauge de LONDON	46
2.12.1 - Notion de jauge	46
2.12.2 - Jauge de LONDON	46
2.12.3 - Seconde équation de LONDON en jauge de LONDON	47
2.12.4 - Impulsion p et équation de LONDON	48
2.12.5 - Supraconducteur non simplement connexe	48
Complément 2A - Dérivation totale et partielle par rapport au temps	49
Complément 2B - Propriété d'une fonction harmonique dont la composante du gradient sur la normale à la surface est nulle	50
Complément 2C - Fonctions de BESSEL modifiées	51
Au voisinage de l'origine ($x \rightarrow 0$).....	51
Comportements asymptotiques à l'infini ($x \rightarrow \infty$)	51
Chapitre 3 - Equations non-locales de PIPPARD	53
3.1 - Origine des équations non-locales	53
3.2 - Caractère non-local dans les supraconducteurs purs	54

3.3 - Longueur de pénétration du champ magnétique	55
3.4 - Analyse de FOURIER des équations de PIPPARD	56
3.5 - Supraconducteurs « sales »	60
Chapitre 4 - Thermodynamique des supraconducteurs de type I	63
4.1 - Description thermodynamique	64
4.2 - Les variables thermodynamiques de la supraconductivité.....	65
4.2.1 - Equivalence entre courants de LONDON et aimantation.....	65
Matière aimantable	65
Matière supraconductrice	65
4.2.2 - Systèmes thermodynamiques.....	66
Système solénoïde + matière	66
Système matière supraconductrice seule	68
4.2.3 - Interprétation de la lévitation des supraconducteurs de type I.....	68
4.3 - Les fonctions thermodynamiques de la supraconductivité	69
4.4 - Les données thermodynamiques	71
4.4.1 - Équations d'état	71
Phase normale	71
Phase supraconductrice	71
4.4.2 - Chaleurs spécifiques	71
Chaleur spécifique de réseau C_{vib}	71
Chaleur spécifique électronique C_n^{el} en phase normale	72
Chaleur spécifique électronique C_s^{el} en phase supraconductrice	73
4.4.3 - Diagramme de phase - Ligne de champ critique	73
4.5 - Transition état supraconducteur - état normal	75
4.5.1 - Enthalpie libre de condensation	75
4.5.2 - Relation entre chaleur spécifique et pente de la ligne de transition.....	76
4.5.3 - Chaleurs latentes de transformation	78
4.5.4 - Ordre de la transition de phase	79
Transitions du premier ordre.....	80
Transitions du second ordre	80
Complément 4 - Les milieux magnétiques	81
4C.1 - Champs dans la matière aimantée	81
Equivalence aimantation - distribution de courants ampériens	81
Courants ampériens dans un cylindre uniformément aimanté	82
Champ magnétique B	82
Champ H	83
Champs B et H dans un cylindre uniformément aimanté	83
Champs B et H dans un cylindre infini placé dans un solénoïde	84
Ellipsoïde uniformément aimanté	85
Cas général	86
4C.2 - Travail d'aimantation de la matière	88
Travail de charge d'un solénoïde vide	88
Travail de charge d'un solénoïde contenant un cylindre de matière	89
Travail de la matière aimantée seule	89

Chapitre 5 - Etat intermédiaire des supraconducteurs de type I	91
5.1 - Critères d'apparition d'une transition S/N	91
5.2 - Transition S/N d'un cylindre infini	92
5.3 - Transition dans un échantillon de petite taille	93
5.3.1 - Film mince	93
5.3.2 - Fil de petit diamètre	94
5.4 - Effet de forme des échantillons	95
5.4.1 - Rappel de résultats de magnétisme	95
5.4.2 - Application aux supraconducteurs	96
Courants de LONDON comprimés sur la surface	96
Courants de LONDON décompressés	97
5.5 - Etat intermédiaire dans une sphère	98
5.5.1 - Première approche	98
5.5.2 - Structure plus réaliste	99
5.6 - Etat intermédiaire dans une plaque mince	102
5.6.1 - Modèle laminaire	102
5.6.2 - Bilan énergétique	103
Energie de création d'interfaces	103
Energie due à la perturbation du champ magnétique hors de la plaque	104
Energie due à la perturbation du champ magnétique dans la plaque	104
5.6.3 - Structure d'état intermédiaire de la plaque	105
5.7 - Eviter les confusions	107
5.8 - Fil parcouru par un courant (modèle d'état intermédiaire)	107
5.8.1 - Position du problème	107
5.8.2 - Modèle d'état intermédiaire	109
5.8.3 - Fil de petit diamètre	111
5.9 - Courant critique d'un fil plongé dans un champ magnétique	112
5.9.1 - Cas général	112
5.9.2 - Champ magnétique appliqué parallèlement à l'axe du fil	112
5.9.3 - Champ magnétique appliqué perpendiculairement à l'axe du fil	113
Chapitre 6 - Supraconducteurs de type II	115
6.1 - Deux types de comportement magnétique	115
6.1.1 - Emergence des supraconducteurs de type II	115
6.1.2 - Comportement magnétique des supraconducteurs de type II	116
Supraconducteur de type I (appelé aussi de PIPPARD)	116
Supraconducteur de type II (appelé aussi de LONDON)	117
Supraconductivité de surface	117
6.1.3 - Répartition des matériaux supraconducteurs	117
6.2 - Enthalpie libre magnétique de surface	118
6.3 - Filament normal dans un supraconducteur	120
6.4 - Enthalpie libre de surface (positive) par défaut de condensation	122
6.4.1 - Longueur de cohérence	122
6.4.2 - Interprétation géométrique de la longueur de cohérence	123

6.4.3 - Enthalpie libre de condensation surfacique	124
6.4.4 - Enthalpie libre de surface totale.....	125
6.5 - Vortex et supraconducteurs de type II	126
6.5.1 - Description d'un vortex	126
6.5.2 - Stabilité des vortex.....	127
Condition de stabilité	127
Dépendance en température.....	129
Effet des impuretés	130
6.5.3 - Quantification du flux porté par un vortex	130
6.5 - Résultats de la théorie GLAG	131
6.6 - Réseau de vortex	132
6.6.1 - Réseau d'ABRIKOSOV	132
6.6.2 - Visualisation des réseaux de vortex	134
6.7 - Champ critique H_{c2}	136
6.8 - Eléments sur la structure et la dynamique des vortex.....	138
6.8.1 - Pénétration des vortex	138
6.8.2 - Diagrammes de phase des vortex.....	140
Cristal de vortex	140
Verre de BRAGG	140
Verre de vortex	140
Liquide de vortex	141
Diagramme de phase.....	141
6.9 - Transport de courant dans les supraconducteurs de type II	142
6.9.1 - Problématique des supraconducteurs de type II.....	142
6.9.2 - Distribution de la densité de courant	142
6.9.3 - Densité de courant critique	143
6.10 - Lévitation en présence de vortex	144
6.11 - Quelques illustrations de la diversité de comportement des vortex.....	145
6.11.1 - Effet du champ démagnétisant.....	145
6.11.2 - Réorganisation de vortex sous l'effet d'un courant	146
6.11.3 - Répulsion par des surfaces	147
6.11.4 - Piégeage de lignes de vortex dans des nanostructures.....	148
6.11.5 - Effet de confinement.....	149
Chapitre 7 - Champs et courants dans les supraconducteurs de type II - Modèles d'état critique	153
7.1 - Forces subies par les vortex	153
7.1.1 - Force sur un vortex créée par un courant électrique	154
7.1.2 - Forces d'interaction entre vortex	154
Force entre deux vortex	154
Force sur un vortex situé dans un groupe de vortex	155
Force moyenne, force volumique	156
7.2 - Dissipation d'énergie par déplacement de vortex	156
7.2.1 - Modèle d'écoulement de vortex.....	157

7.2.2 - Champ électrique induit	158
7.2.3 - Origine de la force de freinage - Modèle de BARDEEN-STEPHEN	158
7.3 - Densité de courant critique	159
7.3.1 - Force d'ancrage	159
7.3.2 - Densité de courant critique	160
7.3.3 - Retour sur la résistivité d'écoulement de vortex	160
7.3.4 - Sauts de vortex	162
7.3.5 - Fluage de vortex	162
7.3.6 - Autres comportements	163
7.4 - Modèles d'état critique	163
7.4.1 - Etat critique	163
7.4.2 - Lois de comportement	164
7.5 - Modèle de BEAN	165
7.5.1 - Champ croissant : pénétration des vortex	165
7.5.2 - Champ décroissant : profil de champ et distribution des vortex	167
7.5.3 - Règles de profil du champ magnétique et de densité de courant (en géométrie plane)	168
7.6 - Aimantation d'une plaquette supraconductrice de type II	169
7.6.1 - Aimantation d'une plaquette	169
7.6.2 - Courbe de première aimantation (modèle de BEAN)	170
7.6.3 - Cycle d'hystérésis en modèle de BEAN	172
7.6.4 - Cycle d'hystérésis en modèle de KIM-JI	174
7.7 - Aimantation en géométrie cylindrique (modèle de BEAN)	176
7.7.1 - Cylindre plein, champ magnétique appliqué suivant l'axe	176
7.7.2 - Géométrie tubulaire, aimantation du vide	178
7.8 - Mise en évidence expérimentale des états critiques	179
7.9 - Transport de courant en phase de SCHUBNIKOV	180
7.9.1 - Transport de courant en absence de champ extérieur	180
7.9.2 - Transport de courant en présence d'un champ extérieur	184
Complément 7A - Différents aspects de la force de LORENTZ	186
7CA.1 - Introduction	186
7CA.2 - Force de LORENTZ	187
7CA.3 - Force de LONDON	187
Energie d'un vortex	187
Energie d'un vortex isolé	188
Energie d'interaction entre vortex	188
Extension à un vortex dans une densité de courant uniforme	189
7CA.4 - Force de MAGNUS	190
Sphère dans un fluide en translation	190
Vitesse autour d'un cœur de vortex	191
Force de MAGNUS	191
7CA.5 - Conclusion	192
Complément 7B - Modèle de BARDEEN-STEPHEN	194
7CB.1 - Articulation du raisonnement	194
7CB.2 - Densité de courant	194

7CB.3 - Champ électrique extérieur	194
7CB.4 - Densité de charge en surface de cœur	195
7CB.5 - Champ intérieur	196
7CB.6 - Puissance dissipée et résistivité d'écoulement de vortex	196
Chapitre 8 - Paires de COOPER - Principaux résultats de la théorie BCS	199
8.1 - Gaz d'électrons libres	199
8.1.1 - Gaz d'électrons libres à 0 K	199
Densité d'états	200
Niveau de FERMI	201
Effet de la température	202
8.2 - Gaz d'électrons à deux particules	203
8.2.1 - Fonctions d'onde à deux particules indépendantes	203
8.2.2 - Potentiel d'interaction	204
8.2.3 - Interaction par l'intermédiaire des phonons	205
8.3 - Système de référence	207
8.3.1 - Système à une particule	207
Système à états dégénérés	207
Généralisation à N états dégénérés	208
Système à états non-dégénérés	209
Généralisation à N états non-dégénérés	211
8.3.2 - Systèmes de paires	211
8.4 - Paires de COOPER	214
8.4.1 - Les états de paires accessibles	214
8.4.2 - Définition du zéro des énergies	215
8.4.3 - Etat lié de la paire de COOPER à 0 K	215
8.4.4 - Fonction d'onde, probabilité de présence	216
8.4.5 - Extension de la paire de COOPER	218
8.5 - Eléments de la théorie BCS	218
8.5.1 - Assemblée de paires de COOPER	218
8.5.2 - Etat fondamental	219
8.5.3 - Quasiparticules	221
8.6 - Conséquences de la structure énergétique	222
8.6.1 - Température critique	222
8.6.2 - Nature du gap supraconducteur	224
8.6.3 - Longueur de cohérence	225
8.6.4 - Champ critique - Enthalpie libre de condensation	226
8.6.5 - Chaleur spécifique électronique	227
8.6.6 - Densité de courant critique	228
Métal normal	228
Métal en phase supraconductrice	230
Bilan énergétique	231
8.7 - Les électrons supraconducteurs et la longueur de LONDON	232
Complément 8 - Eléments de matrices du potentiel d'interaction entre particules	234

Chapitre 9 - Cohérence et quantum de flux.....	235
9.1 - Densité de courant et équation de LONDON	235
9.2 - Phase de la fonction d'onde	236
9.3 - Quantification du flux	237
9.3.1 - Le fluxon	237
9.3.2 - Supraconducteur simplement connexe	238
9.3.3 - Supraconducteur non-simplement connexe	239
9.3.4 - Preuve expérimentale de l'existence des paires de COOPER	239
9.4 - Retour sur les jauge.....	242
9.4.1 - Seconde équation de LONDON	241
9.4.2 - Supraconducteur simplement connexe	241
9.4.3 - Supraconducteur non-simplement connexe	242
9.5 - Quantification du flux : application aux vortex	242
9.5.1 - Fluxon porté par un vortex isolé	242
9.5.2 - Fluxon en réseau d'ABRIKOSOV.....	243
9.5.3 - Vortex confiné	244
9.5.4 - Densité de courant autour d'un cœur de vortex	245
9.6 - Equation de LONDON généralisée en présence de vortex.....	246
9.7 - Retour sur le moment de LONDON	247
Complément 9 - Impulsion (généralisée)	249
9C.1 - Mécanique lagrangienne et hamiltonienne.....	249
Notations	249
Lagrangien et équations de LAGRANGE	249
Lagrangien d'une particule chargée.....	249
Impulsion d'une particule chargée.....	249
Fonction de HAMILTON	250
9C.2 - Passage à la mécanique quantique	250
Quelques principes.....	250
Impulsion et vecteur d'onde	251
Hamiltonien d'une particule dans un champ électromagnétique.....	251
Densité de courant	251
9C.3 - Jauge.....	251
Chapitre 10 - Effet JOSEPHSON	253
10.1 - Equations de JOSEPHSON dans une jonction SIS.....	253
10.1.1 - Molécule d'hydrogène ionisée	254
10.1.2 - Transfert entre blocs supraconducteurs	254
10.2 - Effet JOSEPHSON continu (SIS).....	256
10.2.1 - Courant JOSEPHSON.....	256
10.2.2 - Courant maximum	257
Relation d'AMBEGAOKAR et BARATOFF (jonction SIS)	257
10.3 - Effet JOSEPHSON alternatif.....	258
10.3.1 - Fréquence de JOSEPHSON	258
10.3.2 - Application : représentation du volt	258

10.4 - Caractéristique « courant-tension » d'une jonction JOSEPHSON SIS	259
10.4.1 - Jonction JOSEPHSON alimentée en tension	259
10.4.2 - Modèle RCSJ	261
10.4.3 - Equations du système RCJS alimenté en courant	262
10.4.4 - Analogie mécanique au modèle RCJS	262
10.4.5 - Fréquences caractéristiques	263
D'oscillation du pendule libre	263
D'oscillation de la phase de jonction à ses bornes	265
10.4.6 - Réponses comparées des systèmes mécaniques et RCSJ « alimentés » en couple Γ ou intensité I	265
Etat initial	265
Régime JOSEPHSON	265
Seuil critique	265
Au-delà des seuils critiques	266
Retour en dessous des seuils critiques - Hystérésis	266
10.4.7 - Système suramorti	266
10.4.8 - Représentations graphiques	269
10.4.9 - Amortissement faible et intermédiaire	271
10.4.10 - Quelques exemples de jonction SIS	272
10.5 - Energie stockée dans une jonction JOSEPHSON (SIS)	273
10.6 - Jonction JOSEPHSON soumise à une onde électromagnétique	274
10.6.1 - Effets de résonance	274
10.6.2 - Marches de SHAPIRO	275
10.7 - Jonctions SNS et SCS	277
10.7.1 - Effets de proximité, modèle d'ASLAMAZOV-LARKIN	277
10.7.2 - Courant JOSEPHSON via les niveaux d'ANDREEV	278
Niveaux d'ANDREEV	278
Réflexions d'ANDREEV-SAINT JAMES	279
Niveau d'ANDREEV	280
Courant JOSEPHSON	281
10.7.3 - Exemple de jonctions SNS	283
10.7.4 - Signature de l'effet JOSEPHSON	285
10.8 - Jonctions JOSEPHSON de type π	285
10.8.1 - Définition et énergie	285
10.8.2 - Familles de jonctions JOSEPHSON π	287
10.8.3 - Jonctions SFS : mécanismes de jonction π	288
10.9 - Jonction JOSEPHSON : un système à grand nombre d'états	292
10.9.1 - Electron sur une chaîne atomique	292
10.9.2 - Généralisation	294
10.9.3 - Application à l'effet JOSEPHSON	294
Première équation de JOSEPHSON	296
Energie stockée dans une jonction	296
Seconde équation de JOSEPHSON	296
10.9.4 - Propriété générale des condensats de BOSE-EINSTEIN	296

<i>Complément 10A - Résolution des équations de couplage</i>	297
<i>Complément 10B - Jonction JOSEPHSON en régime suramorti</i>	299
Equations initiales	299
Tension moyenne $\langle V \rangle$ et période T	299
Tension moyenne $\langle V \rangle$ en fonction du courant d'alimentation I	299
<i>Complément 10C - Jonction JOSEPHSON soumise à une tension alternative</i>	301
Chapitre 11 - Superconducting QUantum Interference Device « SQUID »	303
11.1 - Nature du courant SQUID	303
11.2 - rf-SQUID à inductance nulle	306
11.2.1 - rf-SQUID non-inductif à une jonction	306
11.2.2 - rf-SQUID non-inductif à deux jonctions	308
11.3 - rf-SQUID inductif	309
11.3.1 - Déphasage magnétique et flux du champ extérieur	309
11.3.2 - Fonctionnement du rf-SQUID inductif	311
11.4 - rf-SQUID à jonction π	313
11.5 - SQUID inductif à une jonction : approche énergétique	314
11.6 - rf-SQUID à 2 jonctions JOSEPHSON de natures différentes	318
11.6.1 - rf-SQUID hétérojonction à inductance nulle	318
11.6.2 - rf-SQUID hétérojonction d'inductance significative	319
11.7 - Lecture du rf-SQUID	321
11.8 - DC-SQUID (SQUID à polarisation en courant continu)	321
11.8.1 - Principe du DC-SQUID	321
DC-SQUID à inductance nulle ($\beta_L = 0$)	322
DC-SQUID inductif ($\beta_L \neq 0$)	324
11.8.2 - DC-SQUID en régime suramorti	324
11.8.3 - Lecture du DC-SQUID	324
11.8.4 - DC-SQUID hétérojonction	325
Chapitre 12 - Jonctions JOSEPHSON sous champ magnétique	329
12.1 - Champ magnétique dans une jonction étroite	329
12.2 - Courant dans une jonction JOSEPHSON étroite soumise à un champ magnétique	332
12.3 - Jonction 0- π étroite sous champ magnétique	337
12.4 - Cas général d'une jonction sous champ magnétique	339
12.4.1 - Longueur de JOSEPHSON	339
12.4.2 - Equations générales	340
12.4.3 - Comportement en champ très faible	341
12.4.4 - Cas particulier de la jonction étroite	343
12.5 - Jonction JOSEPHSON large sous champ magnétique	343
12.5.1 - Analogie mécanique	343
12.5.2 - Mouvements remarquables du pendule	346
Scénario I	346
Scénario II	347
12.5.3 - Jonction large en régime MEISSNER	348

12.5.4 - Jonction large en régime de vortex	351
12.5.5 - Vortex de JOSEPHSON isolé	352
12.6 - Transport de courant dans une jonction JOSEPHSON large	354
12.6.1 - Jonction large parcourue par un courant	354
12.6.2 - Jonction JOSEPHSON soumise à un champ magnétique et parcourue par un courant.....	357
Régime MEISSNER.....	357
Régime vortex	358
12.7 - Demi fluxon au raccordement $0-\pi$ d'une jonction JOSEPHSON hybride	358
Complément 12 - Déphasage entre les blocs supraconducteurs au sein d'une jontion $0-\pi$ infinie	362
12C.1 - Les équations qui gouvernent la jonction.....	362
12C.2 - Conditions aux limites.....	362
12C.3 - Profil du déphasage	363
Notations	365
Ouvrages bibliographiques	371
Index	373